Mathematik (AHS)

Formelsammlung

für die standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

(ab Schuljahr 2017/18)

BMB
Bundesministerium
für Bildung

1 Potenzen

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

$a \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$		$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$; $n \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$		
$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$	$a^1 = a$	$a^0 = 1$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

Potenzen mit rationalen Exponenten (Wurzeln)

$a, b \in \mathbb{R}_0^+$; $n, k \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$

$a = \sqrt[n]{b} \;\Leftrightarrow\; a^n = b$ $\qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ $\qquad a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$ $\qquad a^{-\frac{k}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^k}}$ mit $a > 0$

Rechenregeln

$a, b \in \mathbb{R}^+$; $r, s \in \mathbb{Q}$	$a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$; $r, s \in \mathbb{Z}$	$a, b \in \mathbb{R}_0^+$; $m, n, k \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$
$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$	$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$	$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$	$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$
$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$	$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(b \neq 0)$
$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$	$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$	

Binomische Formeln

$a, b \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}$

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

$(a - b)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$

2 Logarithmen

$a, b, c \in \mathbb{R}^+$; $a \neq 1$, $x, r \in \mathbb{R}$

$x = \log_a(b) \;\Leftrightarrow\; a^x = b$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$ $\qquad \log_a(b^r) = r \cdot \log_a(b)$ $\qquad \log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a(b)$

$\log_a(a^x) = x$ $\qquad \log_a(a) = 1$ $\qquad \log_a(1) = 0$ $\qquad \log_a\left(\frac{1}{a}\right) = -1$

natürlicher Logarithmus (Logarithmus zur Basis e): $\ln(b) = \log_e(b)$
dekadischer Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10): $\lg(b) = \log_{10}(b)$

3 Quadratische Gleichungen

$p, q \in \mathbb{R}$	$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$
$x^2 + p \cdot x + q = 0$	$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der Gleichung $x^2 + p \cdot x + q = 0$, wenn gilt:
$x_1 + x_2 = -p$
$x_1 \cdot x_2 = q$

Zerlegung in Linearfaktoren:
$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

4 Ebene Figuren

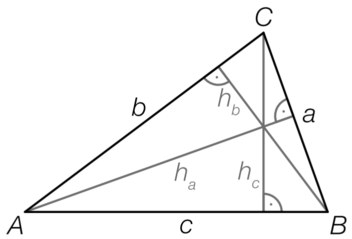
A ... Flächeninhalt
u ... Umfang

Dreieck

$u = a + b + c$

Allgemeines Dreieck

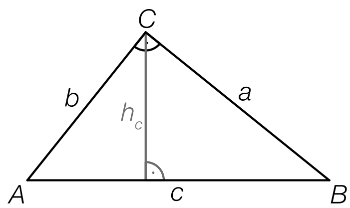
$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



Rechtwinkeliges Dreieck
mit Hypotenuse c und Katheten a, b

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$



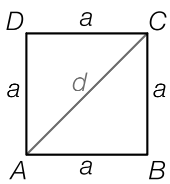
Viereck

Quadrat

$A = a^2 = \frac{d^2}{2}$

$d = a \cdot \sqrt{2}$

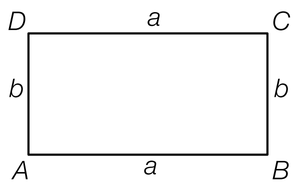
$u = 4 \cdot a$



Rechteck

$A = a \cdot b$

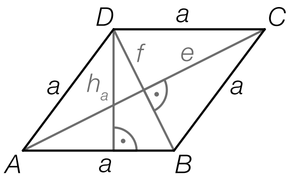
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Raute (Rhombus)

$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$

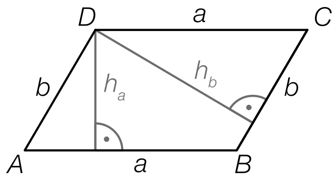
$u = 4 \cdot a$



Parallelogramm

$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

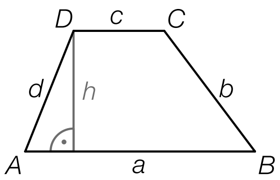
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Trapez

$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$

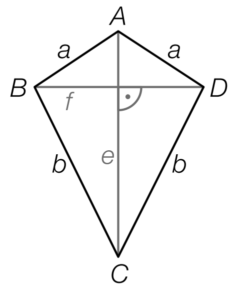
$u = a + b + c + d$



Deltoid

$A = \frac{e \cdot f}{2}$

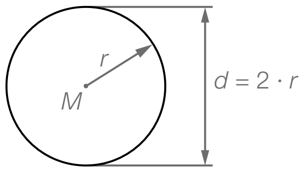
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Kreis

$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$



5 Körper

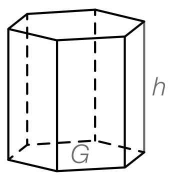
V ... Volumen	M ... Inhalt der Mantelfläche
O ... Inhalt der Oberfläche	u_G ... Umfang der Grundfläche
G ... Inhalt der Grundfläche	

Gerades Prisma

$V = G \cdot h$

$M = u_G \cdot h$

$O = 2 \cdot G + M$

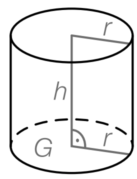


Drehzylinder

$V = G \cdot h$

$M = u_G \cdot h$

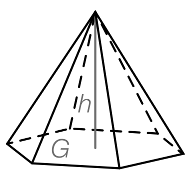
$O = 2 \cdot G + M$



Gerade Pyramide

$V = \frac{G \cdot h}{3}$

$O = G + M$

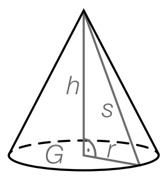


Drehkegel

$V = \frac{G \cdot h}{3}$

$M = \pi \cdot r \cdot s$

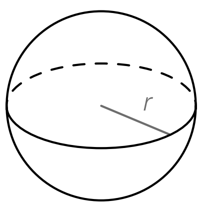
$O = G + M$



Kugel

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



6 Trigonometrie

Umrechnung zwischen Gradmaß (DEG) und Bogenmaß (RAD)

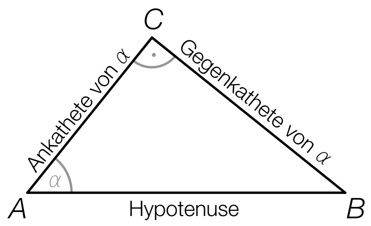
$\alpha_{\text{DEG}} = \alpha_{\text{RAD}} \cdot \frac{180°}{\pi}$ bzw. $\alpha_{\text{RAD}} = \alpha_{\text{DEG}} \cdot \frac{\pi}{180°}$

Trigonometrie im rechtwinkeligen Dreieck

Sinus: $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Cosinus: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens: $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$



7 Vektoren

P, *Q* ... Punkte

Vektoren in $\mathbb{R}^2$

Pfeil von *P* nach *Q*:

$P = (p_1|p_2)$, $Q = (q_1|q_2)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

Vektoren in $\mathbb{R}^n$

Pfeil von *P* nach *Q*:

$P = (p_1|p_2|\dots|p_n)$, $Q = (q_1|q_2|\dots|q_n)$

$$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \\ \vdots \\ q_n - p_n \end{pmatrix}$$

Rechenregeln in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Rechenregeln in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ \vdots \\ a_n \pm b_n \end{pmatrix}$$

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \\ \vdots \\ k \cdot a_n \end{pmatrix} \quad \text{mit } k \in \mathbb{R}$$

Skalares Produkt in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

Skalares Produkt in $\mathbb{R}^n$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^2$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Betrag (Länge) eines Vektors in $\mathbb{R}^n$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

Normalvektoren zu $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^2$

$\vec{n} = v \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$ mit $v \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

Winkel φ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$

$\cos(\varphi) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Orthogonalitätskriterium

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \;\Leftrightarrow\; \vec{a} \perp \vec{b}$ mit $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$

Parallelitätskriterium

$\vec{a} \parallel \vec{b} \;\Leftrightarrow\; \vec{a} = v \cdot \vec{b}$ mit $v \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ und $\vec{a}, \vec{b} \neq 0$

8 Geradengleichungen

g ... Gerade	$\vec{g}$ ... ein Richtungsvektor der Geraden g $\vec{n}$ ... ein Normalvektor der Geraden g X, P ... Punkte auf der Geraden g k ... Steigung der Geraden g α ... Steigungswinkel der Geraden g $a, b, k, d \in \mathbb{R}$

Parameterdarstellung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

$g\colon X = P + t \cdot \vec{g}$ mit $t \in \mathbb{R}$

Gleichung einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$

als Funktionsgleichung: $g\colon y = k \cdot x + d$ dabei gilt $k = \tan(\alpha)$

als allgemeine Geradengleichung: $g\colon a \cdot x + b \cdot y = c$

als Normalvektordarstellung: $g\colon \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$

$\left.\begin{array}{l} \text{(allgemeine Geradengleichung)} \\ \text{(Normalvektordarstellung)} \end{array}\right\}$ dabei gilt $\vec{n} \parallel \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

9 Änderungsmaße

Für reelle auf einem Intervall $[a; b]$ definierte Funktionen f gilt:

Absolute Änderung von f in $[a; b]$

$f(b) - f(a)$

Relative (prozentuelle) Änderung von f in $[a; b]$

$\dfrac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ mit $f(a) \neq 0$

Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) von f in $[a; b]$ bzw. $[x; x + \Delta x]$

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ bzw. $\dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ mit $b \neq a$ bzw. $\Delta x \neq 0$

Differenzialquotient (lokale bzw. „momentane" Änderungsrate) von f an der Stelle x

$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ bzw. $f'(x) = \lim\limits_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}$

10 Ableitung und Integral

f, g, h ... auf ganz $\mathbb{R}$ oder in einem Intervall definierte differenzierbare Funktionen
F ... Stammfunktion von f
G ... Stammfunktion von g
H ... Stammfunktion von h
$c, k, q \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

Funktion	Ableitungsfunktion	Unbestimmtes Integral (Menge der Stammfunktionen)
$f(x) = k$	$f'(x) = 0$	$F(x) = k \cdot x + c$
$f(x) = x^q$	$f'(x) = q \cdot x^{q-1}$	$F(x) = \frac{x^{q+1}}{q+1} + c$ für $q \neq -1$ $F(x) = \ln(\lvert x \rvert) + c$ für $q = -1$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x + c$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x) + c$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x) + c$
$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$	$G(x) = k \cdot F(x) + c$
$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$	$H(x) = F(x) \pm G(x) + c$
$g(x) = f(k \cdot x)$	$g'(x) = k \cdot f'(k \cdot x)$	$G(x) = \frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x) + c$

Bestimmtes Integral

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

11 Statistik

$x_1, x_2, \dots, x_n$ ... eine Liste von n reellen Zahlen

Arithmetisches Mittel

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Streuungsmaße

s^2 ... (empirische) Varianz einer Stichprobe
s ... (empirische) Standardabweichung einer Stichprobe

$$s^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 \quad \text{bzw.} \quad s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

Wenn aus einer Stichprobe vom Umfang n der Mittelwert μ und die Varianz σ^2 einer Grundgesamtheit geschätzt werden sollen:

$$\mu_{\text{Schätzung}} = \overline{x}$$

$$\sigma^2_{\text{Schätzung}} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\text{Schätzung}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

12 Wahrscheinlichkeit

$n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, $k \in \mathbb{N}$, $k \leq n$
E, E_1, E_2 ... Ereignisse
$\overline{E}$ ... Gegenereignis von E
$E_1 \wedge E_2$ ... E_1 und E_2
$E_1 \vee E_2$ ... E_1 oder E_2
$P(E)$ ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E
$P(E_1 | E_2)$ ... Wahrscheinlichkeit für E_1 unter der Voraussetzung, dass E_2 eingetreten ist („bedingte Wahrscheinlichkeit“)

Fakultät (Faktorielle)

$n! = n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot 1$ $\qquad 0! = 1 \qquad 1! = 1$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Wahrscheinlichkeit bei einem Laplace-Versuch

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ausgänge}}{\text{Anzahl der möglichen Ausgänge}}$$

Elementare Regeln

$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$ ... Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses
$P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) = P(E_2) \cdot P(E_1 | E_2)$
$P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2)$ ... wenn E_1 und E_2 unabhängig voneinander sind
$P(E_1 \vee E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \wedge E_2)$
$P(E_1 \vee E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ ... wenn E_1 und E_2 unvereinbar sind

Erwartungswert $E(X)$ einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Ausprägungen $x_1, x_2, ..., x_n$

$$E(X) = \mu(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + ... + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$$

Varianz $V(X)$ einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Ausprägungen $x_1, x_2, ..., x_n$

$$V(X) = \sigma^2(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

Standardabweichung σ

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Binomialverteilung

$n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, $k \in \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{R}$; $k \leq n$, $0 \leq p \leq 1$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$
$$E(X) = \mu = n \cdot p$$
$$V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$$

Normalverteilung

μ, $\sigma \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$
f ... Dichtefunktion
φ ... Dichtefunktion der Standardnormalverteilung
ϕ ... Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

Normalverteilung $N(\mu; \sigma^2)$: Zufallsvariable X ist normalverteilt mit den Parametern μ und σ bzw. σ^2

$$P(X \leq x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\,\mathrm{d}x$$

$E(X) = \mu$
$V(X) = \sigma^2$

(1) $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}683$
(2) $P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0{,}954$
(3) $P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0{,}997$

Standardnormalverteilung $N(0; 1)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \varphi(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}}\,\mathrm{d}x$$

$\phi(-z) = 1 - \phi(z)$

$P(-z \leq Z \leq z) = 2 \cdot \phi(z) - 1$

$P(-z \leq Z \leq z)$	= 90 %	= 95 %	= 99 %
z	≈ 1,645	≈ 1,960	≈ 2,576

Konfidenzintervall

h ... relative Häufigkeit in einer Stichprobe
p ... unbekannter relativer Anteil in der Grundgesamtheit
α ... Irrtumswahrscheinlichkeit
γ ... Konfidenzniveau (Vertrauensniveau)

γ-Konfidenzintervall für p (diejenigen Werte p, in deren γ-Schätzbereich der Wert h liegt):

$$\left[h - z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1 - h)}{n}};\ h + z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1 - h)}{n}}\right]$$, wobei für z gilt: $\gamma = 2 \cdot \phi(z) - 1$

$\alpha = 1 - \gamma$

13 Vorsilben

Tera-	T	10^{12}	Dezi-	d	10^{-1}
Giga-	G	10^{9}	Zenti-	c	10^{-2}
Mega-	M	10^{6}	Milli-	m	10^{-3}
Kilo-	k	10^{3}	Mikro-	µ	10^{-6}
Hekto-	h	10^{2}	Nano-	n	10^{-9}
Deka-	da	10^{1}	Pico-	p	10^{-12}

14 Größen und ihre Einheiten

Größe	Einheit	Symbol	Beziehung
Temperatur	Grad Celsius bzw. Kelvin	°C K	$\Delta t = \Delta T$
Frequenz	Hertz	Hz	$1\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{s}^{-1}$
Energie, Arbeit, Wärmemenge	Joule	J	$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Kraft	Newton	N	$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Drehmoment	Newtonmeter	N · m	$1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
elektrischer Widerstand	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{A}^{-1} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{A}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Druck	Pascal	Pa	$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
elektrische Stromstärke	Ampere	A	$1\ \mathrm{A} = 1\ \mathrm{C} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
elektrische Spannung	Volt	V	$1\ \mathrm{V} = 1 \cdot \mathrm{J} \cdot \mathrm{C}^{-1} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Leistung	Watt	W	$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3}$

15 Physikalische Größen und Definitionen

Dichte	$\rho = \frac{m}{V}$		
Leistung	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$	$P = \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t}$
Kraft	$F = m \cdot a$		
Arbeit	$W = F \cdot s$ $W = \int F(s)\,\mathrm{d}s$	 $F = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s}$	
kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$		
potenzielle Energie	$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$		
gleichförmige geradlinige Bewegung	$v = \frac{s}{t}$	$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$	$v(t) = s'(t) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$
gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	$v = a \cdot t + v_0$	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$a(t) = v'(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = s''(t) = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$

16 Finanzmathematische Grundlagen

Zinseszinsrechnung

K_0 ... Anfangskapital
K_n ... Endkapital

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n$ mit $i = \frac{p}{100}$

Kosten-Preis-Theorie

x ... (produzierte, verkaufte, nachgefragte) Menge (in ME)

variable Kosten:	$K_{\text{v}}(x)$
Fixkosten:	K_{f}
(Gesamt-)Kosten:	$K(x) = K_{\text{v}}(x) + K_{\text{f}}$
Grenzkosten:	$K'(x)$
Nachfragepreis:	$p(x)$
Erlös/Ertrag:	$E(x) = p(x) \cdot x$
Grenzerlös:	$E'(x)$
Gewinn:	$G(x) = E(x) - K(x)$
Grenzgewinn:	$G'(x)$
Break-even-Point/Gewinnschwelle:	$E(x) = K(x)$ ... (erste) Nullstelle der Gewinnfunktion