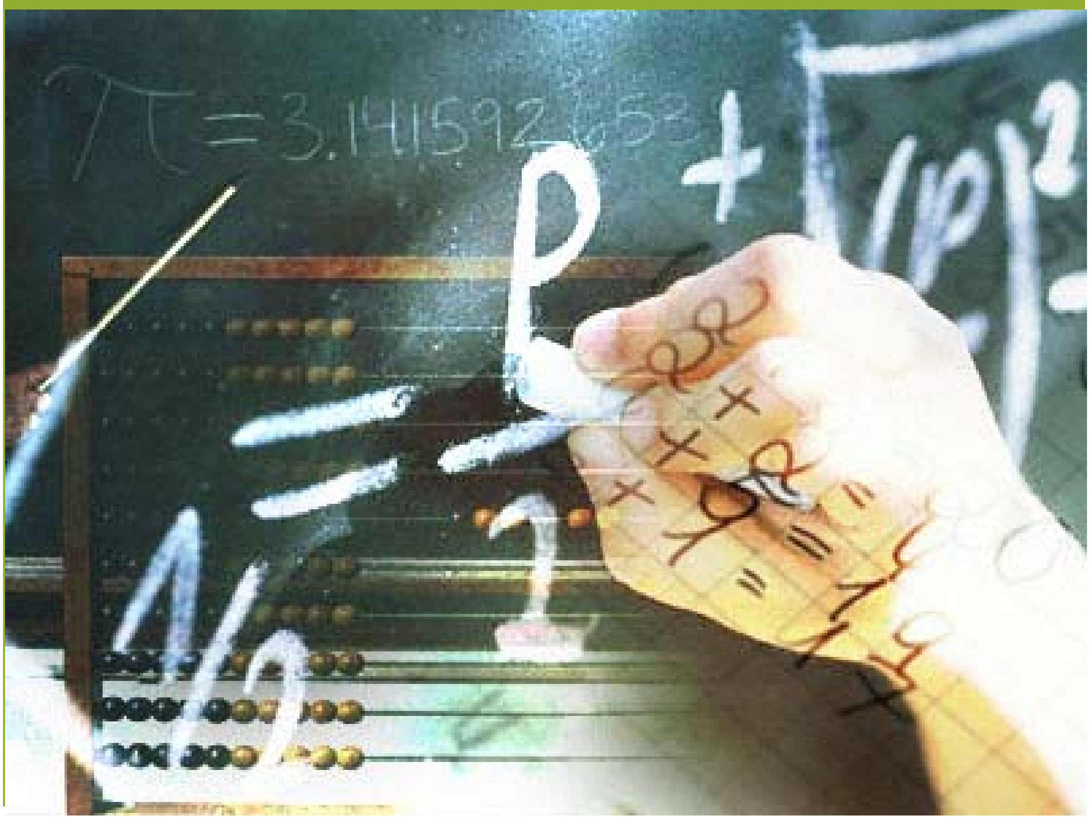
BM Bundesministerium für Bildung und Frauen

Die kompetenzorientierte Reifeprüfung

Mathematik an AHS

Richtlinien und Beispiele für Themenpool und Prüfungsaufgaben



Impressum:
Herausgeber und Verleger:
Bundesministerium für Bildung und Frauen
Minoritenplatz 5, 1014 Wien
www.bmbf.gv.at

Koordinatoren: Mag. Helmut Zeiler, Mag. Marlies Liebscher
Landesschulinspektoren für AHS

Weitere Autor/innen: Tanja Bayer-Felzmann, Gustav Breyer, Sabine Dafanek,
Petra Hauer-Typpelt, Franz Hauser, Helmut Heugl, Sonja Kramer, Josef Lechner
Reinhard Pöllabauer, Christa Preis, Georg Röblreiter, Bernhard Salzger

12/2012

Die kompetenzorientierte mündliche Reifeprüfung in den Unterrichtsgegenständen

Mathematik an AHS

Empfehlende Richtlinien und Beispiele für Themenpool und Prüfungsaufgaben

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung - Vorbemerkungen der Schulaufsicht

Marlies Liebscher, Helmut Zeiler

Was halten Sie hier in Händen?

Der vorliegende Leitfaden zur Vorbereitung auf die mündliche Reifeprüfung in Mathematik im Rahmen der standardisierten, kompetenzorientierten Reifeprüfung („SKRP“) ab dem Sommertermin 2014 ist Bestandteil einer Serie, die das BMUKK in Auftrag gegeben hat.

Ziel dieser Handreichungen ist es, den Lehrerinnen und Lehrern Unterstützung bei der Vorbereitung ihrer Schülerinnen und Schüler auf die neue Form der Reifeprüfung zu bieten. Um diesen Effekt optimal zu erzielen, ist es sinnvoll, diese Fachhandreichung gemeinsam mit dem BMUKK-Leitfaden zur mündlichen Reifeprüfung zu lesen (www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung.xml).

Was bedeutet Kompetenzorientierung?

Während die neue Reifeprüfung nur im schriftlichen Bereich standardisiert sein wird, werden die Aufgaben bei der mündlichen Reifeprüfung nach wie vor individuell von den Lehrerinnen und Lehrern erstellt. In beiden Bereichen steht aber die Kompetenzorientierung im Vordergrund.
Natürlich gibt es für den Begriff „Kompetenzorientierung“ viele wissenschaftliche – brauchbare und weniger brauchbare – Definitionen. Einen Anhaltspunkt könnte folgende Formulierung liefern: *„Wissen muss in Können umgesetzt werden. Wissen und Können müssen in neuen Situationen angewandt werden.“*

Wie sollen kompetenzorientierte Aufgabenstellungen aussehen?

Eine einfache Möglichkeit zur Überprüfung, ob tatsächlich eine kompetenzorientierte Aufgabenstellung vorliegt, ist folgende:

Jede Aufgabenstellung muss folgende Aspekte beinhalten[1]:

- einen Reproduktionsaspekt
- einen Transferaspekt
- einen Reflexions- und Problemlöseaspekt

Kompetenzorientierung bedeutet konkret, dass auch Aufgabenstellungen vorgelegt werden, die inhaltlich nicht in identer Form im Unterricht behandelt wurden. Dadurch kann eine ausschließliche Reproduktionsleistung des Schülers bzw. der Schülerin ausgeschlossen werden.

[1] Erläuterungen zum Entwurf der neuen RPVO vom Jänner 2012

Was bedeutet das für das Fach Mathematik?

Während Reproduktion, Transfer und Reflexion fachunabhängige Qualitäten von Kompetenzleistungen ausdrücken, muss die fachbezogene Kompetenz die spezifischen kognitiven Prozesse bei mathematischen Aktivitäten erfassen.

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen kognitiven Prozesse.

Mathematische Kompetenzen haben somit eine ***Handlungsdimension*** (auf welche Art von Tätigkeit sie sich beziehen, also ***was*** getan wird), eine ***Inhaltsdimension*** (auf welche Inhalte sie sich beziehen, also ***womit*** etwas getan wird) und eine ***Komplexitätsdimension*** (bezogen auf die ***Art und den Grad der Vernetzungen sowie der Reflexion***).

Eine mündliche Prüfung darf sich nicht auf den Einsatz von Grundwissen und Grundfertigkeiten reduzieren. **Herstellen von Verbindungen und Reflektieren sowie Problemlösen sind charakteristisch für den mündlichen Nachweis mathematischer Kompetenzen.** [2]

Welche Vorbereitungen sind zu treffen?

Es geht darum, mit Konsequenz die so genannten **Pools mit Themenbereichen** zu erstellen. Dabei sind die in der vorliegenden Handreichung genannten Themenbereiche als Vorschläge zu verstehen. Für den Fall, dass gänzlich andere Bereiche gewählt werden, ist folgende Vorgabe jedenfalls zu beachten:

Jeder Themenpool muss 3-mal so viele Bereiche enthalten wie Jahreswochenstunden in der Oberstufe unterrichtet wurden. Gedeckelt ist diese Zahl mit 24.

Das heißt für das Unterrichtsfach Mathematik, dass 24 Themenbereiche aus dem Lehrplan der Sekundarstufe II zu erstellen sind.

Wie sieht die unmittelbare Prüfungsvorbereitung aus?

Da laut den gesetzlichen Vorgaben mindestens 2 Aufgabenstellungen je Thema vorzubereiten sind, müssen im Falle des genannten Beispiels (24 Themenbereiche) jedenfalls **48 deutlich unterscheidbare Aufgabenstellungen, die aus mehreren Teilfragen bestehen können,** vorbereitet werden.

Auch wenn dies möglich wäre, ist es **nicht zulässig**, ein- und dieselbe Fragestellung verschiedenen Themenbereichen zuzuordnen!

Wie läuft die Prüfung ab?

§ 37 Abs. 2 und 4 SchUG:

(4) … *Der Prüfungskandidat hat zwei der Themenbereiche zu wählen, wobei zu gewährleisten ist, dass ihm nicht bekannt ist, welche Themenbereiche er gewählt hat. Diese beiden Themenbereiche sind dem Prüfungskandidaten sodann vorzulegen, der in weiterer Folge sich für einen dieser Bereiche zu entscheiden hat, aus dem ihm vom Prüfer oder von den Prüfern eine Aufgabenstellung vorzulegen ist.*

Ein sehr pragmatischer Vorschlag zur Abwicklung der Prüfungen befindet sich im erwähnten BMUKK-Leitfaden zur mündlichen Reifeprüfung.

[2] www.bifie.at/neue-reife-und-diplompruefung-mathematik (siehe „Kompetenzorientierung als Leitprinzip“)

Für Mathematik ist zusätzlich Folgendes besonders zu beachten:

- Eine wesentliche Voraussetzung für die Erstellung der kompetenzorientierten Aufgabenstellungen wird die mögliche Nutzung der Technologie sein. Dabei ist dafür zu sorgen, dass den Schülerinnen und Schülern die ihnen gewohnte Technologie (Taschenrechner, PC ...) zur Verfügung steht.
- Die Vorbereitungszeit muss in einer angemessenen Relation zu der bearbeitenden Aufgabenstellung stehen. In manchen Fällen wird es notwendig sein, **mehr Vorbereitungszeit als die gesetzlich mindestens vorgesehenen 20 Minuten einzuplanen.**

Wie verbindlich ist dieser Leitfaden?

Dieser Leitfaden stellt eine Empfehlung dar und wird von der gesamten Schulaufsicht Österreichs als Grundlage für die mündliche Reifeprüfung in Mathematik gesehen.

HR Mag. Marlies Liebscher
Landesschulinspektorin
Landesschulrat für Steiermark

Mag. Helmut Zeiler
Landesschulinspektor
Stadtschulrat für Wien

Februar 2012

2. Auszug aus dem Lehrplan für Mathematik

Bildungs- und Lehraufgabe:

Der Mathematikunterricht soll beitragen, dass Schülerinnen und Schülern ihrer Verantwortung für lebensbegleitendes Lernen besser nachkommen können. Dies geschieht vor allem durch die Erziehung zu analytisch-folgerichtigem Denken und durch die Vermittlung von mathematischen Kompetenzen, die für viele Lebensbereiche grundlegende Bedeutung haben. Beim Erwerben dieser Kompetenzen sollen die Schülerinnen und Schüler die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen.
Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.

Aspekte der Mathematik

Schöpferisch-kreativer Aspekt:

Mathematik ist eine Schulung des Denkens, in der Arbeitstechniken vermittelt, Strategien aufgebaut, Phantasie angeregt und Kreativität gefördert werden.

Sprachlicher Aspekt:

Mathematik ist ein elaboriertes Begriffsnetz, ein ständiges Bemühen um exakten Ausdruck, in dem die Fähigkeit zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen entwickelt sowie die sprachliche Ausdrucksfähigkeit gefördert werden.

Erkenntnistheoretischer Aspekt:

Mathematik ist eine spezielle Form der Erfassung unserer Erfahrungswelt; sie ist eine spezifische Art, die Erscheinungen der Welt wahrzunehmen und durch Abstraktion zu verstehen; Mathematisierung eines realen Phänomens kann die Alltagserfahrung wesentlich vertiefen.

Pragmatisch-anwendungsorientierter Aspekt:

Mathematik ist ein nützliches Werkzeug und Methodenreservoir für viele Disziplinen und
Voraussetzung für viele Studien bzw. Berufsfelder.

Autonomer Aspekt:

Mathematische Gegenstände und Sachverhalte bilden als geistige Schöpfungen eine deduktiv geordnete Welt eigener Art, in der Aussagen - von festgelegten Prämissen ausgehend - stringent abgeleitet werden können; Mathematik befähigt damit, dem eigenen Denken mehr zu vertrauen als fremden Meinungsmachern und fördert so den demokratischen Prozess.

Kulturell-historischer Aspekt:

Die maßgebliche Rolle mathematischer Erkenntnisse und Leistungen in der Entwicklung des europäischen Kultur- und Geisteslebens macht Mathematik zu einem unverzichtbaren Bestandteil der Allgemeinbildung.

Beitrag zu den Aufgabenbereichen der Schule:

Die bereits im Lehrplan der Unterstufe definierten Beiträge sind altersadäquat weiterzuentwickeln und zu vertiefen.

Beiträge zu den Bildungsbereichen:

Sprache und Kommunikation:

Mathematik ergänzt und erweitert die Umgangssprache vor allem durch ihre Symbole und ihre Darstellungen, sie präzisiert Aussagen und verdichtet sie; neben der Muttersprache und den Fremdsprachen wird Mathematik so zu einer weiteren Art von Sprache.

Mensch und Gesellschaft:

Der Unterricht soll aufzeigen, dass Mathematik in vielen Bereichen des Lebens (Finanzwirtschaft, Soziologie, Medizin usw.) eine wichtige Rolle spielt.

Natur und Technik:

Viele Naturphänomene lassen sich mit Hilfe der Mathematik adäquat beschreiben und damit auch verstehen; die Mathematik stellt eine Fülle von Lösungsmethoden zur Verfügung, mit denen Probleme bearbeitbar werden.

Kreativität und Gestaltung:

Mathematik besitzt neben der deduktiven auch eine induktive Seite; vor allem das Experimentieren an neuen Aufgabenstellungen und Problemen macht diese Seite sichtbar, bei der Kreativität und Einfallsreichtum gefördert werden.

Gesundheit und Bewegung:

Durch die Bearbeitung mathematisch beschreibbarer Phänomene aus dem Gesundheitswesen und dem Sport können Beiträge zu diesem Bildungsbereich geleistet werden.

3. Das Kompetenzmodell für Mathematik in der Sekundarstufe II

Der Titel der neuen Reifeprüfung „***Standardisierte, kompetenzorientierte Reifeprüfung***“ weist schon darauf hin, dass das Ziel des Lernprozesses der Erwerb fachlicher und überfachlicher Kompetenzen ist. Daher muss auch die Prüfung kompetenzorientiert gestaltet werden.

Um kognitive Kompetenzen analysieren und beurteilen zu können, entwickelt man als Bezugssysteme **Kompetenzmodelle**. Das vorliegende Kompetenzmodell wurde als „stetige Fortsetzung“ des Modells für die Bildungsstandards in der Sekundarstufe I entwickelt [Heugl, Peschek, 2004].

Der Begriff der Kompetenz wird in der Literatur sehr vielschichtig behandelt. Grundlage der im folgenden Modell beschriebenen Kompetenzen ist die Definition von Weinert [Weinert, *Leistungsmessung in Schulen*. Weinheim und Basel: Beltz, 2001].

*Unter **Kompetenzen** werden hier längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten verstanden, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die damit verbundene Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.*

Der Erwerb und die Verfügbarkeit kognitiver Kompetenzen bedürfen allerdings der Erweiterung und Ergänzung durch ***Selbst- und Sozialkompetenz***.

Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Art und Komplexität der erforderlichen kognitiven Prozesse.

Mathematische Kompetenzen haben somit eine ***Handlungsdimension*** (auf welche Art von Tätigkeit sie sich beziehen, also ***was*** getan wird), eine ***Inhaltsdimension*** (auf welche Inhalte sie sich beziehen, also ***womit*** etwas getan wird) und eine ***Komplexitätsdimension*** (bezogen auf die ***Art und den Grad der Vernetzungen***).

Für jede Dimension mathematischer Kompetenzen sind unterschiedliche Bereiche vorstellbar: Unterschiedliche mathematische Handlungen, unterschiedliche mathematische Inhalte sowie unterschiedliche Arten und Grade der Komplexität. Im hier verwendeten Modell mathematischer Kompetenzen werden „verwandte“ Handlungen zu **Handlungsbereichen** (H1, H2 …), „verwandte“ Inhalte zu **Inhaltsbereichen** (I1, I2 …) und „verwandte“ Arten bzw. Grade von Vernetzungen zu **Komplexitätsbereichen** (K1, K2 …) zusammengefasst:

Im vorliegenden Modell wurden für die Sekundarstufe II in den drei Dimensionen folgende Bereiche (Ausprägungen) beschrieben:

Bereiche der Handlungsdimension:

H1: Darstellen, Modellbilden
H2: Rechnen, Operieren
H3: Interpretieren
H4: Argumentieren, Begründen

Bereiche der Inhaltsdimension:

- I1: Algebra und Geometrie
- I2: Funktionale Abhängigkeiten
- I3: Differential- und Integralrechnung
- I4: Wahrscheinlichkeit und Statistik

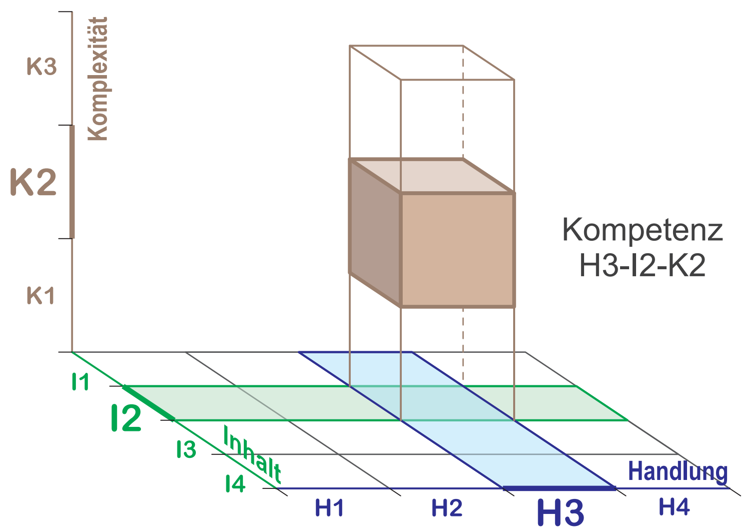
Bereiche der Komplexitätsdimension:

- K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten
- K2: Herstellen von Verbindungen
- K3: Einsetzen von Reflexionswissen; Reflektieren

Gute Aufgaben für die Unterrichtsarbeit im Fach Mathematik zeichnen sich dadurch aus, dass sie in geeigneter Weise in den unterrichtlichen Kontext und Prozess eingebettet sind. Sie sprechen meist mehrere mathematische Kompetenzen zugleich und miteinander vernetzt an.

Eine spezifische **mathematische Kompetenz** in dem hier verwendeten Sinne wird also charakterisiert durch eine bestimmte *Handlung*, die an einem *Inhalt* mit einer bestimmten *Komplexität* ausgeführt wird, also durch ein **Tripel** [z. B. (H3, I2, K2)].

Beispiel: Eine spezifische Kompetenz ist die Fähigkeit zur Interpretation (Handlungsbereich H3) von Inhalten aus der Analysis (Inhaltsbereich I2), wobei mehrere Fakten/Zusammenhänge/Darstellungen/Handlungen miteinander in Verbindung gebracht werden müssen (Komplexitätsbereich K2).



Einsatz von Technologien

Mathematisches Tun wird heute in vielen Bereichen durch die permanente Verfügbarkeit und Verwendung elektronischer Werkzeuge unterstützt oder überhaupt erst ermöglicht. Dies gilt für nahezu alle Ebenen mathematischen Arbeitens. Eine entsprechende „Werkzeugkompetenz" ist daher integraler Bestandteil mathematischer Kompetenzen. Eine zeitgemäße mathematische Ausbildung wird diesem Umstand durch Anleitung zu sinnvollem und zweckmäßigem Einsatz ständig verfügbarer Technologien Rechnung tragen.

Gegenwärtigen internationalen Standards bei Nutzung technologischer Werkzeuge im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II entspricht die durchgängige Verwendung technologischer Werkzeuge wie etwa Taschenrechner, Tabellenkalkulation, grafikfähige Rechner sowie die Nutzung von Computeralgebra-Systemen und Dynamischer Geometrie Software.

Je nach Verfügbarkeit und Nutzung im Unterricht sollte Technologie auch bei der mündlichen Prüfung bei kompetenzorientierten Aufgabenstellungen eingesetzt werden. Gerade bei der mündlichen Prüfung wird Rechenfertigkeit nicht im Mittelpunkt stehen. Technologie kann als Modellierungs-, als Visualisierungs- und als Rechenwerkzeug die Kompetenzorientierung bei der Prüfung unterstützen.

Die Beschreibung der drei Dimensionen

Die Auswahl, Konkretisierung und Festlegung der einzelnen Bereiche orientiert sich am ***Lehrplan***, an der dort formulierten Bildungs- und Lehraufgabe und dem nach Schulstufen aufgebauten Lehrstoff. Ihre Beschreibung erfolgt entlang der Dimensionen des zuvor beschriebenen Modells mathematischer Kompetenzen.

Bereiche der Handlungsdimension

Mathematisches Arbeiten umfasst vielfältige originär mathematische (Denk-)Tätigkeiten, die meist eng miteinander vernetzt sind bzw. aufeinander bezogen werden müssen. Zur Beschreibung und zur Messung mathematischer Kompetenzen ist die Festlegung typischer Ausprägungen nötig, auch wenn sie im Denk- und Problemlöseprozess nicht isoliert voneinander auftreten. Für die Verfügbarkeit und den erfolgreichen Einsatz solcher mathematischer Kompetenzen spielen auch verschiedene außermathematische Aspekte eine wichtige Rolle, wie etwa Methodenkompetenz, personale Kompetenzen und Einstellungen. Zur Kommunikation über mathematische Probleme und deren Lösungen gehört auch eine adäquate Dokumentation der ausgeführten Handlungen.

Wie schon beim Kompetenzmodell ausgeführt, werden vier zentrale mathematische Tätigkeiten bzw. Tätigkeitsbereiche unterschieden und als gleich bedeutsame Handlungsbereiche festgehalten:

H1	Darstellen, Modellbilden	*Darstellen* meint die Übertragung gegebener mathematisierbarer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform. *Modellbilden* erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä. Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.: • alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/ Darstellung der Mathematik übersetzen • problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen • ein für die Problemstellung geeignetes mathematisches Modell verwenden oder entwickeln • verschiedene mathematische Modelle für ein Problem entwickeln und ihre Problemadäquatheit abwägen • geeignete Darstellungsformen oder Technologien auswählen • einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere (tabellarische, grafische, symbolische, rekursive oder werkzeugspezifische) Darstellungsform übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln • komplexe Probleme modularisieren
H2	Rechnen, Operieren	*Rechnen* im engeren Sinn meint die Durchführung numerischer Rechenoperationen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint regelhafte Umformungen symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte. *Operieren* meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein. Rechnen/Operieren schließt immer auch die verständige und zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie mit ein. Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.: • numerische Rechenverfahren durchführen (z. B. Rechnen mit Dezimalzahlen, Brüchen, Potenzen usw.) • elementare Rechenoperationen in den jeweiligen Inhaltsbereichen planen und durchführen • Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen • mit und in Tabellen oder Grafiken operieren • geometrische Konstruktionen durchführen • beim Operieren zwischen verschiedenen Lösungswegen entscheiden

H3	Interpretieren	*Interpretieren* meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten. Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.: • Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, sie im jeweiligen Kontext deuten • tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge erkennen, beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten • Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten • mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten • Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten • tabellarische, grafische oder auch symbolische Rechnerdarstellungen angemessen deuten • zutreffende und unzutreffende Interpretationen erkennen
H4	Argumentieren, Begründen	*Argumentieren* meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/ Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/ Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache. *Begründen* meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt. Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.: • mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, einer Darstellung oder eines bestimmten Lösungswegs bzw. für oder gegen eine bestimmte Lösung oder Interpretation sprechen • die Entscheidung für eine mathematische Handlung oder eine mathematische Sichtweise problembezogen argumentativ belegen • mathematische Vermutungen formulieren und begründen (aufgrund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens) • mathematische Zusammenhänge (Formeln, Sätze) herleiten oder beweisen • zutreffende und unzutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; begründen, warum eine Argumentation oder Begründung (un)zutreffend ist

Bereiche der Inhaltsdimension

Die Inhalte wurden unter Bedachtnahme auf den derzeit gültigen Lehrplan ausgewählt und nach innermathematischen Gesichtspunkten zu den folgenden vier Inhaltsbereichen zusammengefasst. Die Auswahl dieser Bereiche bedeutet eine Schwerpunktsetzung und garantiert nicht, dass die Zuordnung eines Inhaltes zu einem dieser Bereiche eindeutig ist.

I1	**Algebra und Geometrie**	• Zahlenmengen: Darstellungsformen, Grundgesetze und Rechenregeln • Maße, Umwandlung von Maßen • Potenzen, Wurzeln und Logarithmen • exakte Werte und Näherungswerte; Schranken und Fehler • Variable, Terme, Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme • Winkelmaße; sin α, cos α, tan α; Sinus- und Cosinusssatz • Vektoren: Darstellungsformen, Operationen und Rechenregeln • Geraden im R^2 und R^3; Ebenen • Kegelschnittslinien, insbesondere Kreis • skizzenhafte Darstellung von und einfache Berechnungen an räumlichen Objekten
I2	**Funktionale Abhängigkeiten**	• Funktionen: Begriff und Darstellungsformen (z. B. Text, Tabelle, Graph, Term, Gleichung, Parameterform, rekursive Darstellung) • wichtige Funktionseigenschaften (z. B. Nullstelle, Monotonie, Extremwert, Wendepunkt, Periodizität, Symmetrie) • charakteristische Eigenschaften von linearen und quadratischen Funktionen, Polynomfunktionen, einfachen rationalen Funktionen, Winkelfunktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen • gemeinsame Punkte von Funktionsgraphen • Umkehrfunktionen zu einfachen Funktionen • Einfluss von Parametern • Folgen und Reihen

I3	**Differential- und Integralrechnung**	• Grenzwerte von Folgen und reellen Funktionen; elementarer Stetigkeitsbegriff • Differenzenquotient und Differentialquotient: Grundidee, verschiedene Deutungen (z. B. verschiedene Änderungsmaße, Geschwindigkeit) • Ableitungsfunktionen von Grundfunktionen • Regeln für das Differenzieren einfacher Funktionen • Stammfunktionen einfacher Funktionen • das bestimmte Integral als Grenzwert einer Summe von Produkten • Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung: Grundidee, verschiedene Deutungen des bestimmten Integrals (z. B. Flächeninhalt, Volumen, naturwissenschaftliche Deutungen) • einfache Differenzengleichungen; dynamische Systeme • einfache Differentialgleichungen
I4	**Wahrscheinlichkeit und Statistik**	• Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik: Zentral- und Streumaße von Verteilungen • Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil, als relative Häufigkeit • abhängige und unabhängige Ereignisse; bedingte Wahrscheinlichkeit • Baumdiagramme; Additions- und Multiplikationsregel • einfache kombinatorische Zählverfahren • Wahrscheinlichkeitsverteilung • diskrete Verteilung: Binomialverteilung • stetige Verteilung: Normalverteilung • Grundidee eines statistischen Tests; Irrtumswahrscheinlichkeit • Beurteilung der Aussagekraft von Stichproben; Konfidenzintervalle

Bereiche der Komplexitätsdimension

Mathematische Anforderungen bzw. die zu ihrer Bewältigung erforderlichen Kompetenzen können sich nicht nur hinsichtlich der erforderlichen Handlung und hinsichtlich des mathematischen Inhalts, sondern sehr wesentlich auch hinsichtlich ihrer Komplexität unterscheiden.

Manche Problemstellungen erfordern lediglich die direkte Anwendung eines Begriffes, Satzes oder Verfahrens bzw. die Ausführung einer elementaren mathematischen Tätigkeit. Andere Aufgabenstellungen hingegen verlangen eine geeignete Kombination und Vernetzung mehrerer mathematischer Begriffe, Sätze oder Tätigkeiten. Wieder andere Aufgaben erfordern ein Nachdenken über Eigenschaften und Zusammenhänge, die am gegebenen mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar erkennbar sind.

Die Komplexität beeinflusst die objektive Anforderung einer Aufgabe, sie ist jedoch zu unterscheiden von deren psychometrischer Schwierigkeit (relativen Lösungshäufigkeit).

Die Komplexitätsdimension der mathematischen Standards versucht diesen unterschiedlichen Komplexitätsanforderungen Rechnung zu tragen; sie umfasst folgende drei Bereiche:

K1	Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten	*Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten* meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel sind nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von Kenntnissen bzw. Fertigkeiten erforderlich.
K2	Herstellen von Verbindungen	*Herstellen von Verbindungen* ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung vielschichtiger sind, so dass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen bzw. Darstellungsformen (aus verschiedenen mathematischen Gebieten) oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.
K3	Einsetzen von Reflexionswissen; Reflektieren	*Reflektieren* meint das Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind. **Reflektieren umfasst** das **Nachdenken über** • eine mathematische Vorgehensweise (Lösungsweg bzw. Lösung; Alternativen), • Vor- und Nachteile sowie Konsequenzen von Darstellungen/Darstellungsformen bzw. von mathematischen Modellen (Modellannahmen, Idealisierungen, Aussagekraft, Grenzen des Modells, Modellalternativen) im jeweiligen Kontext, • Interpretationen, Argumentationen oder Begründungen. *Reflexionswissen* ist ein anhand entsprechender Nachdenkprozesse entwickeltes Wissen über Mathematik. **Reflexion/Reflexionswissen** kann in vielfältiger Weise sichtbar werden: durch Dokumentation von Lösungswegen, durch entsprechende Entscheidungen, oft aber auch durch entsprechende Argumentationen und Begründungen.

Eine mündliche Prüfung kann sich nicht auf den Einsatz von Grundwissen und Grundfertigkeiten reduzieren. **Herstellen von Verbindungen und Reflektieren sind charakteristisch für den mündlichen Nachweis mathematischer Kompetenzen.**

Die Qualitätskriterien mathematischer Kompetenz, die hier in der Komplexitätsdimension beschrieben werden, spiegeln zum Teil die fachunabhängigen Charakteristika von Kompetenzorientierung wider, nämlich Reproduktion, Transfer und Reflexion.

4. Themenpool für die mündliche Reifeprüfung aus Mathematik

4.1 Allgemeine Bestimmungen

§ 37 Abs. 2 Z 4 SchUG:

(2) Die Aufgabenstellungen sind wie folgt zu bestimmen: …

für die einzelnen Prüfungsgebiete der mündlichen Prüfung sind durch (Fach)lehrerkonferenzen Themenbereiche zu erstellen. Der Prüfungskandidat hat zwei der Themenbereiche zu wählen, wobei zu gewährleisten ist, dass ihm nicht bekannt ist, welche Themenbereiche er gewählt hat. Diese beiden Themenbereiche sind dem Prüfungskandidaten sodann vorzulegen, der in weiterer Folge sich für einen dieser Bereiche zu entscheiden hat, aus dem ihm vom Prüfer oder von den Prüfern eine Aufgabenstellung vorzulegen ist.

Detaillierte Vorschriften wird die künftige RPVO vorgeben. Grundsätzlich orientiert sich die Anzahl der Themenbereiche am Stundenausmaß in der Oberstufe (Jahreswochenstunde mal 3), ist insgesamt aber mit 24 Themen gedeckelt.

Die Kompetenz und Verantwortung für die Erstellung der Themenbereiche liegt bei den schulischen Fachkonferenzen, die diese auch nachweislich beschließen müssen.

Bei der Erstellung der Themenbereiche sind folgende Grundsätze zu beachten:

- Ende November des abschließenden Schuljahres müssen die Themenbereiche von der (Fach)lehrerkonferenz beschlossen und – über die formelle Kundmachung hinaus – den Schüler/innen in geeigneter Weise nachweislich bekannt gegeben werden.
- Der von der (Fach)lehrerkonferenz erstellte und beschlossene „Themenkorb“ hat für die Lehrer/innen des jeweiligen Maturajahrgangs verbindlichen Charakter.
- Die Reifeprüfungsverordnung sieht vor, dass die (Fach)Lehrer(innen)konferenz die Themenbereiche entweder für eine Abschlussklasse oder für eine Abschlussgruppe (zB Fremdsprachengruppe) beschließt.

  Es wird dringend empfohlen, für die (Fach)Lehrer(innen)konferenz ein Beschlussfassungsprocedere zu wählen, das einerseits der einzelnen Fachlehrkraft bei der Auswahl der Themenbereiche mögliche gewünschte (Lehr- und Methoden) Freiheiten lässt, andererseits aber den verbindlichen Charakter des (Fach)Lehrplans und die mit der Reform der Reifeprüfung beabsichtigte Intention der inhaltlichen Vergleichbarkeit innerhalb der Fachgruppe zulässt.

  Eine größtmögliche Einheitlichkeit auf der Jahrgangsebene ist jedenfalls notwendig, denn auch im Fall der Neukonstituierung von Gruppen bzw. Klassen muss gewährleistet sein, dass alle Schülerinnen und Schüler alle Themenbereiche, die gezogen werden können, auch im Unterricht behandelt haben. Die RPVO schließt nämlich schülerindividuelle Themenkörbe, welche die Alternative wären, dezidiert aus (vgl. § 28 Abs. 1).

Um die Anforderungen in Hinblick auf Transparenz, Vergleichbarkeit sowie Lehr- und Methodenfreiheit zu erfüllen, werden folgende Umsetzungsmaßnahmen in der Konferenz **dringend empfohlen:**

1. Innerhalb der Fachkonferenz der betreffenden Lehrpersonen klären (in einem ersten Schritt) die Fachlehrerinnen und Fachlehrer des entsprechenden Maturajahrganges die in Frage kommenden Themenbereiche ihrer jeweils unterrichteten Klasse ab und formulieren gemeinsame Themen, die auf Grund des Lehrplans für alle bzw. mehrere Klassen zutreffen.
2. In einem weiteren Schritt wird unter Federführung des jeweiligen Klassenlehrers/der jeweiligen Klassenlehrerin ein „Klassenpaket“ entwickelt, das folgenden Kriterien zu entsprechen hat:
    - Lehrplanrelevanz
    - Einbindung jahrgangsrelevanter Themen
    - Berücksichtigung klassenspezifischer Themen

    Beim Zusammenstellen des „Klassenpaketes“ hat der jeweilige Klassenlehrer/die jeweilige Klassenlehrerin zu achten, dass ein Großteil des gemeinsam formulierten Themenkatalogs erhalten bleibt.
3. Die Fachkonferenz der betreffenden Lehrpersonen legt abschließend unter Beachtung der rechtlichen Rahmenbedingungen und der pädagogischen Aspekte die „Klassenpakete“ fest.

- Grundsätzlich sollen die Themenbereiche aus allen Schulstufen der Oberstufe zusammengesetzt sein, wobei sie aber nicht auf eine Schulstufe beschränkt sein müssen, sondern schulstufenübergreifend behandelt werden können. Dadurch werden sowohl horizontale als auch vertikale inhaltliche Vernetzungen möglich.
- Die Themenbereiche haben sich an den verbindlichen Lehrplänen der Oberstufe zu orientieren. Eine gleichmäßige Verteilung der Themenbereiche auf die einzelnen Schulstufen ist aber nicht notwendig.
- Ein Themenbereich muss den angehenden Kandidat/innen eine erste Orientierung über damit verbundene Inhalte, Handlungen, Anwendungen und erforderliche Kompetenzen ermöglichen, ohne bereits konkrete Aufgabenstellungen vorwegzunehmen. Es genügt jedenfalls nicht, für einen Themenbereich nur Aufzählungen aus dem Lehrplan vorzulegen.

4.2 Konkretisierung der Kriterien für den Themenpool Mathematik

Grundlage für die auszuwählenden Themenbereiche ist der **Fachlehrplan** für Mathematik und das zugrundeliegende Kompetenzmodell (siehe Kapitel 3). Neben dem Lehrstoff sind auch die Bildungs- und Lehraufgabe (siehe Kapitel 2) sowie die Beiträge zu den fünf Bildungsbereichen zu berücksichtigen. Ein lernzielorientiert ausgerichtetes Thema erfordert die Beachtung der folgenden Kriterien, um kompetenzorientierte Aufgabenstellungen formulieren zu können:

⇨ **Inhaltskriterium**

Auswahl von lehrplankonformen Inhalten. Inhaltliche Überschneidungen bei verschiedenen Themenbereichen sind nicht ausgeschlossen.

⇨ **Handlungskriterium**

Themen sollen so ausgewählt und formuliert werden, dass alle vier Handlungsbereiche (siehe Kompetenzmodell) in den Aufgaben abgedeckt werden können.

⇨ **Vernetzungskriterium**

- **Längsschnitte:** Die Inhalte eines Themenbereiches können sich auf unterschiedliche Schulstufen beziehen. Die Entwicklung von Inhaltsbereichen kann zum Thema gemacht werden (z. B. Folgen und Differential- und Integralrechnung)
- **Querschnitte:** Themenbereiche, bei denen verschiedene Inhaltsbereiche miteinander verknüpft werden (z. B. Algebra und Funktionenlehre)

⇨ **Anwendungskriterium**

Inhaltlich definierte Themenbereiche sollten so ausgewählt und beschrieben werden, dass die Nutzbarkeit mathematischer Inhalte in bestimmten Anwendungsbereichen ein Ziel ist (z. B. Sparen und Kredite; Anwendungen in den Naturwissenschaften). Hier werden vor allem klassen- und schulspezifische Schwerpunktsetzungen zu berücksichtigen sein.

⇨ **Technologiekriterium**

Die technologischen Voraussetzungen beeinflussen sehr stark die möglichen Aufgabenstellungen zu einem Thema. Daher sollte die Möglichkeit der Technologienutzung aus der Beschreibung des Themenbereiches erkennbar sein. Auch hier werden vor allem klassen- und schulspezifische Schwerpunktsetzungen zu berücksichtigen sein.

4.3 Aufbau eines Themas

⇨ **Titel** in Form des mathematischen Inhaltsbereiches

⇨ **1. Spalte**

Zusammenfassung der **Inhalte** und Beschreibung von **Handlungen**, die an diesen Inhalten ausgeführt werden.

Der Lehrplan geht von drei Wochenstunden in jeder Schulstufe aus.
Die kursiv gesetzten Inhalte sind für alle Schulstufen mit mehr als drei Wochenstunden obligatorisch (Auszug aus dem Lehrplan).

💻 Hinweise auf die mögliche **Technologienutzung**
Werden **derzeit** nur numerische Taschenrechner verwendet, ist kein solcher Hinweis erforderlich.

⇨ **2. Spalte**

- Beschreibung der **möglichen Vernetzungen**
- ☞ Beschreibung der **möglichen Anwendungen**

Dabei sind jene Punkte, die in den beiden Spalten angeführt sind, als Orientierung zu verstehen und werden bei der konkreten Festlegung von eventuellen Schwerpunktsetzungen in der Klasse bzw. der Schule abhängig sein.

Mögliche Kontexte sind klassenbezogen aufzufassen und werden sich erst in den Aufgabenstellungen konkretisieren.

Der folgende Themenpool ist nicht als fertiges Modell für den Pool einer Schule bzw. Klasse gedacht, sondern als Anregung für einen Diskussionsprozess in der Fachgruppe **der Mathematiklehrer/innen,** wie bei der Entscheidung für einen Inhaltsbereich als Thema die obigen Kriterien berücksichtigt werden könnten.

Diese aus dem Themenpool ablesbaren Informationen stellen somit auch einen Erwartungshorizont für die Kandidatinnen und Kandidaten dar. Er soll Ihnen sowohl bei der Entscheidung, Mathematik als mündliches Prüfungsgebiet zu wählen, als auch bei der Auswahl eines der beiden gezogenen Themenbereiche im Rahmen der mündlichen Prüfung Hilfestellungen geben.

4.4 Ein Vorschlag für Themenbereiche

Thema 1: Zahlenbereiche und Rechengesetze	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Reflektieren über das Erweitern von Zahlenbereichen von den natürlichen Zahlen zu den ganzen, den rationalen und den reellen Zahlen • Verschiedene Darstellungsformen von Zahlen verwenden; Darstellungsformen wechseln • Rechengesetze formulieren und begründen • Sinnvolles Umgehen mit exakten Werten und Näherungswerten • Schranken für Näherungswerte durch Ungleichungen beschreiben und durch Rechnen mit Ungleichungen ermitteln 💻 Zahlen mit Hilfe von Technologie geeignet darstellen; mit Technologie rechnen	• Vernetzung der Zahlenbereiche • Rechengesetze für Zahlen ⇔ Rechengesetze für Vektoren • Rechengesetze für Zahlen ⇔ Rechengesetze für Potenzen ☞ Nutzen der passenden Darstellungsformen von Zahlen in verschiedenen Anwendungsbereichen ☞ Näherungswerte problemrelevant verwenden ☞ Reflektieren über sinnvolles Runden

Die beiden folgenden Themen sollen zeigen, wie man einen Themenbereich aus verschiedenen Blickwinkeln betrachten kann – und zwar einmal aus der Sicht der Gleichungslehre (2a) und das andere Mal aus der Sicht der Funktionenlehre (2b). Dadurch werden auch der Vorteil und die Notwendigkeit der Vernetzung von Inhalten des Lehrplans deutlich. Im Themenpool wird man sich für eine der beiden Varianten entscheiden.

Thema 2a: Lineare und quadratische Gleichungen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Lineare und quadratische Gleichungen beim Modellbilden nutzen • Lineare und quadratische Gleichungen lösen; Lösungsstrategien erläutern • Grafisches Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen • Geometrische und algebraische Interpretation der Lösungen bzw. Lösungsfälle • Lösungsformeln für die quadratische Gleichung herleiten • Den Einfluss von Parametern auf die Lösungsfälle untersuchen Gleichungen mit Hilfe von Technologie lösen; Lösungen grafisch interpretieren	• Vernetzung lineare Funktion ⇔ lineare Gleichung • Vernetzung quadratische Funktion ⇔ quadratische Gleichung Nutzen von linearen und quadratischen Gleichungen beim anwendungsorientierten Problemlösen; reflektieren über Grenzen des Modells, über die Sinnhaftigkeit von Lösungen bezüglich des gestellten Problems

Thema 2b: Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Quadratische Funktionen beim Modellbilden nutzen • Quadratische Gleichungen lösen; Reflektieren über Lösungsstrategien und Lösungsfälle • Zusammenhang Gleichung ⇔ Funktion für die grafische Interpretation von Lösungen der Gleichung nutzen • Lösungsformeln für die quadratische Gleichung herleiten • Den Einfluss von Parametern auf die Lösungsfälle einer quadratischen Gleichung untersuchen • Den Einfluss von Parametern auf die Lage eines Funktionsgraphen untersuchen Gleichungen mit Hilfe von Technologie algebraisch und grafisch lösen; Lösungen grafisch interpretieren Funktionen mit Hilfe von Technologie darstellen (Graph, Term, Tabelle)	• Vernetzung quadratische Funktion ⇔ quadratische Gleichung Nutzen von quadratischen Funktionen beim anwendungsorientierten Problemlösen; reflektieren über Grenzen des Modells, über die Sinnhaftigkeit von Lösungen bezüglich des gestellten Problems

Thema 3: Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Gleichungen und Gleichungssysteme beim Modellbilden nutzen • Lösen linearer Gleichungen • Lösen linearer Gleichungssysteme mit 2 und 3 Variablen; reflektieren über Lösungsmethoden; untersuchen der Lösbarkeit • Lösungen grafisch interpretieren • Untersuchen des Einflusses von Parametern auf die Lösungsfälle Gleichungen und Gleichungssysteme mit Hilfe von Technologie algebraisch und grafisch lösen	• Lineare Gleichung ⇔ lineare Funktion • Lösungsfälle von Gleichungssystemen mit 2 Variablen ⇔ Lagebeziehungen von Geraden • Lösungsfälle von Gleichungssystemen mit 3 Variablen ⇔ Lagebeziehungen von Ebenen Nutzen von Gleichungen und Gleichungssystemen beim anwendungsorientierten Problemlösen; reflektieren über Grenzen des Modells, über die Sinnhaftigkeit von Lösungen bezüglich des gestellten Problems

Thema 4: Ungleichungen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Lösen einfacher Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen und Fallunterscheidungen • Nutzen von Ungleichungen bei Abschätzungen • Schranken für Näherungswerte durch Ungleichungen beschreiben und durch Rechnen mit Ungleichungen ermitteln • Verknüpfung von Ungleichungen durch Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division); begründen der Verknüpfungsregeln • Grafisches Lösen von Ungleichungen Grafisches Lösen von Ungleichungen mit Hilfe der Technologie	• Äquivalenzumformungen von Gleichungen ⇔ Äquivalenzumformungen von Ungleichungen • Funktionsgraphen ⇔ grafisches Lösen von Ungleichungen Nutzen von Ungleichung bei Fehlerabschätzung

Thema 5: Funktionen (Beispiel für einen Längsschnitt)	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Die Definition der Funktion als eindeutige Zuordnung kennen; Funktionen als Modelle zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen Größen verstehen und erklären • Funktionen (lineare Funktion, Potenzfunktion, quadratische Funktion, Polynomfunktion, Exponential- und Logarithmusfunktion, Winkelfunktion) darstellen; zwischen Darstellungsformen wechseln • Eigenschaften dieser Funktionen nennen und beim Interpretieren funktionaler Zusammenhänge nutzen • Funktionen zum Modellbilden nutzen; die Modellauswahl begründen; über die Grenzen des Modells reflektieren 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen 💻 Ermitteln von Regressionsfunktionen zu gegebenen Punktmengen; Problemlösen mit Hilfe dieser Regressionsfunktionen	• Funktionenlehre ⇔ Gleichungslehre ☞ Nutzen dieser Funktionen zur Problemlösung in verschiedenen Kontexten

Thema 6: Potenzen und Wurzeln, Potenzfunktionen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Die Entwicklung des Potenzbegriffs erklären (Potenzen mit Exponenten aus den Bereichen natürliche, ganze und rationale Zahlen); Rechenregeln begründen • Mit Potenzen rechnen; Rechenregeln erklären • Wurzeln definieren; Wurzeln als Potenzen mit rationalen Exponenten deuten; mit Wurzeln rechnen • Potenzen und Wurzeln zum Darstellen und Modellbilden in verschiedenen Kontexten nutzen • Eigenschaften von Potenzfunktionen (mit Exponenten aus den natürlichen, ganzen und rationalen Zahlen) beschreiben; Potenzfunktionen grafisch darstellen 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen	• Rechnen mit Potenzen ⇔ Grundrechnungsarten mit Zahlen • Potenzen ⇔ Wurzeln • Rechnen mit Potenzen ⇔ Rechnen mit Logarithmen ☞ Nutzen der Potenzschreibweise in den Naturwissenschaften (im Makro- und Mikrokosmos) ☞ Potenzen und Potenzfunktionen zum Problemlösen in verschiedenen Kontexten nutzen

Thema 7: Trigonometrie	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Winkelmaße (Grad- und Bogenmaß) kennen und umrechnen • Definitionen von sin α, cos α, tan α im rechtwinkeligen Dreieck kennen und bei Berechnungen nutzen • Definitionen von sin α, cos α, tan α im Intervall [0°, 360°] kennen; Eigenschaften und Zusammenhänge benennen und begründen • Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten umrechnen und umgekehrt • Sinussatz herleiten • Sinus- und Cosinussatz bei der Auflösung von Dreiecken anwenden 💻 Technologie bei trigonometrischen Berechnungen nutzen; die Brauchbarkeit und Vollständigkeit der Lösungen überprüfen	• Winkelfunktionen in der analytischen Geometrie (z. B. Winkel zwischen 2 Vektoren) • Lösbarkeit einfacher goniometrischer Gleichungen ☞ Nutzen von Winkelfunktionen beim anwendungsorientierten Problemlösen (z. B. Vermessungsaufgaben); reflektieren über Grenzen des Modells, über die Sinnhaftigkeit von Lösungen bezüglich des gestellten Problems

Thema 8: Winkelfunktionen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Winkelmaße (Grad- und Bogenmaß) und Definition der Winkelfunktionen im Einheitskreis kennen • Definition der Winkelfunktionen sin, cos, tan als reelle Funktionen kennen und nutzen • Die Periodizität der Winkelfunktionen erklären • Winkelfunktionen grafisch darstellen • Funktionen des Typs $y = a\cdot\sin(b\cdot x+c)$ grafisch darstellen und ihre Eigenschaften in Abhängigkeit der Parameter a, b, c interpretieren • Graphen von Winkelfunktionen kontextbezogen und parameterabhängig interpretieren 💻 Technologie bei der grafischen Darstellung nutzen	• Winkelfunktionen innermathematisch betrachtet ⇔ Winkelfunktionen bei Schwingungen und Überlagerung von Schwingungen ☞ Nutzen von Winkelfunktionen in Naturwissenschaften und Technik

Thema 9: Folgen und Reihen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Wechsel der Darstellungsformen • Nutzen von Folgen beim Modellbilden • Nutzen von Reihen beim Modellbilden • Monotonie, Schranken und Grenzwert erkennen, benennen und begründen 💻 Folgen schrittweise mit Technologie darstellen (rekursives Modell nutzen) 💻 Technologie als Visualisierungswerkzeug verwenden	• Vernetzung Arithmetische Folge ⇔ Lineare Funktion • Vernetzung Geometrische Folge ⇔ Exponentialfunktion • Grenzwert von Folgen und reellen Funktionen ☞ Sparen und Kredite ☞ Wachstumsprozesse in Naturwissenschaften

Thema 10: Vektoren und analytische Geometrie der Ebene	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Vektoren zum Modellbilden nutzen; mit Vektoren rechnen; Verknüpfungen von Vektoren praxisbezogen interpretieren • Vektoren in R^2 als Punkte oder als Pfeile deuten und grafisch darstellen • Verschiedene Darstellungsformen von Geraden kennen und nutzen • Geraden schneiden; Lage von Geraden interpretieren • Die Beziehung zwischen verschiedenen Darstellungsformen des skalaren Produktes erklären (skalares Produkt von Zahlenpaaren ⇔ skalares Produkt von Pfeilen) • Nutzen des skalaren Produktes zum Modellbilden und zum Beweisen in der ebenen Geometrie und in außermathematischen Kontexten 💻 Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren mit Vektoren unterstützt durch die Technologie 💻 Schnittaufgaben mit Hilfe von Technologie algebraisch und grafisch lösen 💻 Lösungen von Schnittproblemen mit Hilfe von Technologie grafisch interpretieren	• Konstruktive Geometrie ⇔ analytische Geometrie • Analytische Geometrie ⇔ Trigonometrie (Winkel zwischen Vektoren) • Rechengesetze mit Zahlen ⇔ Rechengesetze mit Vektoren ☞ Nutzen von Elementen der analytischen Geometrie zum Problemlösen in inner- und außermathematischen Kontexten (z. B. Beschreiben von Bewegungen in der Ebene)

Thema 11: Analytische Geometrie des Raumes	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Darstellungsformen von Geraden und Ebenen in R^3 kennen und nutzen; Geraden- und Ebenengleichungen aufstellen • Zwischen Darstellungsformen wechseln • Skalares und vektorielles Produkt erklären, geometrisch interpretieren und nutzen • Schneiden von Geraden und Ebenen; untersuchen der Lagebeziehungen • Inner- und außermathematische Probleme mit Hilfe der analytischen Geometrie lösen 💻 Schnittaufgaben mit Hilfe von Technologie algebraisch und grafisch lösen 💻 Lösungen von Schnittproblemen und Lagebeziehungen mit Hilfe von Technologie grafisch interpretieren	• Schnittprobleme ⇔ Lösen von Gleichungssystemen • Lagebeziehungen ⇔ Trigonometrie (Schnittwinkel) ☞ Nutzen von Elementen der analytischen Geometrie zum Problemlösen in inner- und außermathematischen Kontexten (z. B. Beschreiben von Bewegungen im Raum)

Thema 12: Exponential- und Logarithmusfunktion	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Exponential- und Logarithmusfunktionen beim Modellbilden nutzen • Verschiedene Darstellungsformen (Text, Tabelle, Graph, Term, rekursives Modell) der Exponentialfunktion nutzen; zwischen den Darstellungsformen wechseln • Rechenregeln für Logarithmen nutzen und mit Hilfe der Rechenregeln für Potenzen erklären • Eigenschaften von Exponential- und Logarithmusfunktion kennen • Graphen kontextbezogen und parameterabhängig interpretieren 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen 💻 Mit Hilfe von Technologie diskrete Wachstumsprobleme modellieren, durch Simulation mit der Technologie lösen	• Exponentialfunktion ⇔ geometrische Folge • Rechnen mit Potenzen ⇔ Rechenregeln für Logarithmen • Nutzen von verschiedenen Änderungsmaßen • Lineares Wachstum ⇔ exponentielles Wachstum ☞ Nutzen von Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstumsprozessen in der Biologie, in der Finanzmathematik, in den Naturwissenschaften

Thema 13: Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Komplexe Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene darstellen • Wechsel zwischen Darstellungsformen • Grundrechnungsarten mit komplexen Zahlen durchführen • Linearfaktoren aus algebraischen Gleichungen abspalten • *Den Fundamentalsatz der Algebra kennen und bei der Diskussion der Lösungsfälle von algebraischen Gleichungen nutzen* 💻 Technologie zur Faktorisierung algebraischer Gleichungen einsetzen 💻 Technologie als Visualisierungswerkzeug bei komplexen Zahlen verwenden	• Zahlenbereichserweiterungen • Vernetzung komplexe Zahlen ⇔ Vektoren • Vernetzung Gestalt des Graphen von Polynomfunktionen ⇔ Anzahl (unterschiedlicher) Lösungen der entsprechenden algebraischen Gleichung ☞ Anwendung komplexer Zahlen in der Physik

Thema 14: Kreis und Kugel	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Kreis und Kugel aus verschiedenen Angaben mittels Gleichungen beschreiben • Quadratische Gleichungen als Kreis- bzw. Kugelgleichung interpretieren • Lagebeziehungen von Kreis und Gerade benennen und begründen; Schnitt- bzw. Berührpunkte berechnen • Lagebeziehungen von Kreisen erkennen; Schnitt- bzw. Berührpunkte berechnen • Tangenten an Kreise bzw. Tangentialebenen an Kugeln ermitteln • Schnittwinkel zwischen Kreis und Geraden bzw. von Kreisen berechnen 💻 Schnittaufgaben mit Hilfe von Technologie algebraisch und grafisch lösen 💻 Lösungen von Schnittproblemen und Lagebeziehungen mit Hilfe von Technologie grafisch interpretieren	• Vernetzung ebene Kurven ⇔ quadratische Gleichungen • Vernetzung Kreisrotation ⇔ Integralrechnung (Volumen von Drehkörpern) • Vernetzung Lagebeziehungen ⇔ Trigonometrie (Schnittwinkel) ☞ Anwendungen im Maschinenbau ☞ Anwendungen in der Satellitennavigation

Thema 15: Kurven und nichtlineare analytische Geometrie	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Parameterdarstellungen ebener Kurven interpretieren, insbesondere die Bedeutung des Parameters (z. B. als Zeit) angeben • Definitionen der Kegelschnittslinien kennen; Benennen und Beschreiben der Kegelschnittslinien in Hauptlage durch Gleichungen • Wechsel von Darstellungsformen (Parameterdarstellung, implizite Darstellung, eventuell Polardarstellung) • Schneiden von Kegelschnittslinien mit Geraden; Schneiden von Kegelschnittslinien; Ermitteln von Tangenten 💻 Ebene Kurven und Kegelschnittslinien mit Hilfe von Technologie darstellen und interpretieren 💻 Tangenten an ebene Kurven und Kegelschnittslinien mit Hilfe von Technologie ermitteln	• Kurven ⇔ Funktionen • Kurven (Tangentenproblem) ⇔ Differentialrechnung (Ableitungsfunktion) • Kurven ⇔ Trigonometrie (Schnittwinkel) ☞ Kurven in Sport, Physik und Technik (Mechanik) ☞ Nutzen von ebenen Kurven zur quantitativen Erfassung von Bewegungsvorgängen.

Thema 16: Vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Verschiedene Änderungsmaße ermitteln (absolute, relative Änderung, Änderungsfaktor, mittlere Änderungsrate) und zum Interpretieren nutzen • Funktionen bezüglich Stetigkeit in einem Intervall untersuchen • Die mittlere und momentane Änderungsrate in Anwendungssituationen (z. B. Geschwindigkeit, Sekanten- und Tangentensteigung) nutzen und deuten • Mittlere Änderungsrate berechnen; momentane Änderungsrate als Grenzwert berechnen; den Übergang von der mittleren zur momentanen Änderung erklären 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren , Interpretieren und Argumentieren nutzen 💻 Grenzwerte reeller Funktionen mit Hilfe der Technologie berechnen	• Grenzwert reeller Funktionen ⇔ Grenzwert von Zahlenfolgen • Deutung der Änderungsrate in Kontexten ⇔ innermathematische Deutung als Sekanten-/Tangentensteigung ☞ Nutzen der Änderungsmaße in den Naturwissenschaften und in der Finanzmathematik (z. B. Geschwindigkeit, Preissteigerungsrate)

Thema 17: Die Ableitungsfunktion und ihre Nutzung	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Ableitungsregeln (Potenzregel, Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel) bei der Differentiation wichtiger Funktionen (Potenzfunktion, Polynomfunktion, Exponential- und Logarithmusfunktion, Winkelfunktion) nutzen • Eigenschaften von Funktionen wie Monotonie, Extrema, Wendestellen, Krümmungsverhalten mit Hilfe der Ableitungsfunktion ermitteln und argumentieren • Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion kennen und grafisch interpretieren • Optimierungsprobleme mit Hilfe der Ableitungsfunktion lösen 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen	• Rechenregeln für Differentialquotienten ⇔ Rechnen mit Grenzwerten • Kontextbezogene Eigenschaften von Funktionen (z. B. Geschwindigkeit)⇔ innermathematische Eigenschaften von Funktionen (z. B. Tangentensteigung) ☞ Nutzen der Ableitungsfunktion in verschiedenen Kontexten zum Modellieren, Operieren, Interpretieren und Argumentieren

Thema 18: Stammfunktion und bestimmtes Integral	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion kennen und grafisch interpretieren • Verschiedene Integrationsmethoden zur Berechnung von Stammfunktionen nutzen • Das bestimmte Integral als Grenzwert einer Summe von Produkten beschreiben • Ober- und Untersummen berechnen und interpretieren • Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt deuten 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen 💻 Berechnen von Ober- und Untersummen sowie von Grenzwerten mit Technologie	• Differentialquotient ⇔ Stammfunktion • Funktionenlehre ⇔ Integralrechnung ☞ Näherungsweises Ermitteln von Produktsummen in verschiedenen Kontexten (z. B. Naturwissenschaften)

Thema 19: Nutzen der Integralrechnung	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt deuten; Flächeninhalte berechnen • Das bestimmte Integral als Volumen deuten; das bestimmte Integral zur Volumsberechnung (auch von Nichtrotationskörpern) nutzen • Bestimmte Integrale zum Modellieren in verschiedenen Kontexten nutzen 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen	• Differentialquotient ⇔ Stammfunktion • Funktionenlehre ⇔ Integralrechnung • Kontextbezogene Eigenschaften von Funktionen (z. B. Weg) ⇔ innermathematische Eigenschaften von Funktionen (z. B. Flächeninhalt und Volumen) ☞ Nutzen des bestimmten Integrals beim Problemlösen in den Naturwissenschaften (z. B. Bewegungslehre, Arbeit und Leistung) sowie bei Flächen- und Volumsberechnungen

Thema 20: Dynamische Prozesse	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Grundlegende Darstellungsformen (Wirkungsdiagramm, Flussdiagramm) • Diskrete Modelle und Beschreibung durch Differenzengleichungen • Kontinuierliche Modelle und Beschreibung durch Differentialgleichungen 💻 Diskrete und kontinuierliche Modelle mit Technologie darstellen können. 💻 Differentialgleichungen lösen können.	• Lineares Wachstumsmodell ⇔ arithmetische Folge ⇔ lineare Funktion • Exponentielles Wachstumsmodell ⇔ geometrische Folge ⇔ Exponentialfunktion ☞ Wachstumsprozesse in Naturwissenschaften ☞ Systemdynamische Modelle erstellen und interpretieren (auch mehrdimensionale Modelle, z. B. Räuber-Beute-Systeme)

Thema 21: Beschreibende Statistik	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik kennen und nutzen • Diagramme interpretieren • Alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache der Mathematik übersetzen • Für Problemstellungen geeignete mathematische Modelle entwickeln und zum Problemlösen verwenden • Ergebnisse im jeweiligen Kontext deuten 💻 Technologie für die Bearbeitung realer Datenmengen nutzen 💻 Statistische Kennzahlen und grafische Darstellungen mit Hilfe von Technologie ermitteln 💻 Nutzen von Regressionsfunktionen	• Beschreibende Statistik ⇔ Algebra (Rechengesetze und Rechenregeln) • Beschreibende Statistik ⇔ Funktionenlehre ☞ Beschreibende Statistik in verschiedenen Kontexten nutzen

Thema 22: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Verschiedene Deutungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs kennen und kontextbezogen nutzen • Berechnen von Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten; Arbeiten mit der Additions- und Multiplikationsregel; Kennen und Nutzen des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit • *Arbeiten mit dem Satz von Bayes* • Nutzen von Baumdiagrammen und einfachen kombinatorischen Zählverfahren • Ergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und bezüglich der Konsequenzen für das Problem hinterfragen 💻 Technologie zum Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren nutzen 💻 Simulationen mit Zufallszahlen durchführen	• Wahrscheinlichkeitsrechnung ⇔ Statistik • Wahrscheinlichkeitsrechnung ⇔ Mengenlehre • Eventuell Wahrscheinlichkeitsrechnung ⇔ Kombinatorik ☞ Nutzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung beim Modellieren des „Zufalls“ in verschiedenen Kontexten

Thema 23: Diskrete Verteilungen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Binomialverteilung und hypergeometrische Verteilung und ihre Kennzahlen (Erwartungswert und Varianz) kennen und erklären • Die Modellentscheidung für eine diskrete Verteilung begründen • Wahrscheinlichkeitsaussagen mit Hilfe diskreter Verteilungen machen; Ergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen • Kennen und Nutzen von statistischen Hypothesentests und Konfidenzintervallen 💻 Technologie für die Bearbeitung realer Datenmengen nutzen 💻 Verteilungen mit Hilfe von Technologie darstellen und berechnen 💻 Hypothesen mit Hilfe von Technologie testen	• Diskrete Verteilung ⇔ Statistik • Eventuell diskrete Verteilung ⇔ Kombinatorik ☞ Nutzen diskreter Verteilungen zur quantitativen Erfassung stochastischer Vorgänge in verschiedenen Kontexten

Thema 24: Stetige Verteilungen	
Inhalt und Handlung	**Vernetzung und Anwendung**
• Die Normalverteilung als approximative Beschreibung von Binomialverteilungen erklären • Die Modellentscheidung für eine Normalverteilung begründen; Verteilungen grafisch darstellen • Wahrscheinlichkeitsaussagen mit Hilfe der Normalverteilung machen; Ergebnisse im jeweiligen Kontext deuten und hinterfragen • Hypothesen mit Hilfe der Normalverteilung testen 💻 Normalverteilungen mit Hilfe von Technologie darstellen und berechnen 💻 Hypothesen mit Hilfe von Technologie testen	• Normalverteilung ⇔ Approximationsfunktionen • Normalverteilung ⇔ Integralrechnung ☞ Nutzen der Normalverteilung zur quantitativen Erfassung stochastischer Vorgänge in verschiedenen Kontexten

5. Aufgabenstellungen für die mündliche Reifeprüfung aus Mathematik

5.1 Konkretisierung der Kriterien für kompetenzorientierte Aufgabenstellungen

Laut den gesetzlichen Vorgaben sind mindestens 2 Aufgabenstellungen je Themenbereich mit gleichwertigem Anspruchsniveau vorzubereiten. Es müssen daher jedenfalls **48 deutlich unterscheidbare Aufgabenstellungen, die aus mehreren Teilfragen bestehen können,** vorbereitet werden.

Diese Aufgabenstellungen müssen der Beschreibung des jeweiligen Themenbereichs (Inhalt und Handlung, Vernetzung und Anwendung) entsprechen. Auch wenn dies möglich wäre, ist es nicht zulässig, ein- und dieselbe Fragestellung verschiedenen Themenbereichen zuzuordnen.

Eine kompetenzorientierte Aufgabenstellung erfordert die Berücksichtigung folgender Kriterien:

- **fachunabhängige Qualitätskriterien**

  Der Entwurf der neuen RPVO vom Jänner 2012 und die zugehörigen Erläuterungen verlangen, dass die Aufgabenstellungen kompetenzorientiert zu erfolgen haben und drei Kriterien bezüglich der zu erwartenden Leistungen erfüllen müssen:

  - **Reproduktionsleistung:** Wiedergabe und Darstellung fachspezifischer Sachverhalte, Bestimmung der Art des Materials und Entnahme von Informationen aus Material, Verwendung von Fachtermini, Anwendung von Arbeitstechniken usw.

    Für Mathematik bedeutet das, fachspezifische Sachverhalte wiederzugeben, erlernte Fertigkeiten zu nutzen und vertraute Probleme zu lösen.
  - **Transferleistung:** Erklären von Zusammenhängen, Verknüpfung und Einordnung von Sachverhalten, Analyse von Materialien, Differenzierung von Sach- und Werturteilen.

    Für Mathematik bedeutet das, Zusammenhänge zwischen verschiedenen mathematischen Inhalten beziehungsweise zwischen innermathematischen und kontextbezogenen Problemen zu erklären und zu nutzen.
  - **Reflexions- und Problemlöseleistung:** Erörterung von Sachverhalten und Problemen, Entwicklung von Hypothesen, Reflexion eigener Urteilsbildung.

    Für Mathematik erfordert das ein Nachdenken über Zusammenhänge und Schlussfolgerungen, die aus dem vorliegenden mathematischen oder kontextbezogenen Sachverhalt nicht unmittelbar erkennbar sind.

- **fachbezogene Qualitätskriterien**

  Sie ergeben sich aus der **Bildungs- und Lehraufgabe des Lehrplans** und aus der Charakterisierung mathematischer Kompetenz durch **das Kompetenzmodell**. Dabei sollte erkennbar sein:

  – **Die Beachtung der drei Dimensionen mathematischer Kompetenz:** Handlungen, die an Inhalten mit einer bestimmten Komplexität ausgeführt werden, wobei die Komplexitätsanforderungen zum Teil den oben beschriebenen fachunabhängigen Qualitätskriterien entsprechen.

  – **Die Berücksichtigung aller vier Handlungsbereiche** (Darstellen, Modellbilden; Operieren, Rechnen; Interpretieren sowie Argumentieren, Begründen). Das bedeutet, dass sich Aufgaben keinesfalls auf das Operieren beschränken dürfen.

  – **Die Berücksichtigung themenspezifischer Kennzeichen**, die im Themenkatalog angeführt sind (Handlungen und Inhalte, Vernetzungen, Kontextbezug und Technologieerwartungen).

In der konkreten Aufgabenstellung kann das Folgendes bedeuten:

1. Auswählen von adäquaten mathematischen Modellen und Darstellungsformen
2. Betonung des Reflektierens, verstärktes Einsetzen von Reflexionswissen, z. B. Reflektieren über Lösungen und Lösungswege, Reflektieren über Grenzen eines Modells
3. Einfordern von Begriffsdefinitionen und/oder von Begründungen
4. Ansprechen der bei komplexeren Aufgabenstellungen erforderlichen Grundkompetenzen
5. Berücksichtigung von Vernetzungen zwischen verschiedenen Inhalten, Handlungen, Anwendungen etc.
6. Einbeziehung der klassenspezifischen adäquaten Technologie in die Aufgabenstellung

5.2 Beispiele für kompetenzorientierte Aufgabenstellungen

Die folgenden Aufgabenstellungen wurden von mehreren Mathematiklehrerinnen und –lehrern erstellt. Dies erklärt auch die Unterschiedlichkeit der Zugänge und Anspruchsniveaus sowie die Längen der Aufgabenstellungen.

Diese Tatsache ist vom Autorenteam gewollt, da es ausdrücklich Sinn der Handreichung ist, Normierungen für Themenbereiche und Aufgabenstellungen zu vermeiden. Das einzig Einigende aller Beispiele ist die Beachtung der drei fachunabhängigen Qualitätskriterien für kompetenzorientierte Aufgabenstellungen (Reproduktions-, Transfer und Reflexionsaspekt) sowie der fachbezogenen Qualitätskriterien.

Die in den folgenden Aufgabenstellungen eingefügte Klassifikation ist ein Versuch des Autorenteams, die fachunabhängigen Qualitätskriterien bewusst zu machen. Eine objektive Zuordnung ist nur begrenzt möglich, da die einzelnen Aspekte stark vom jeweiligen Unterricht abhängen.

a) Lösen von Ungleichungen

i) Löse die Ungleichung $\frac{2}{x-2} < 2$ für $x \in R$ einerseits mit Hilfe von Äquivalenzumformungen und andererseits grafisch durch Untersuchung der entsprechenden Funktionsgraphen. *(Reprodukion)*

ii) Erkläre an diesem Beispiel Äquivalenzumformungen für Ungleichungen. *(Reflexion)*

b) Verknüpfen von Ungleichungen

i) Ermittle die Preissteigerungsrate aus den Kosten W eines „Warenkorbes“:
Im Jahr 2010 war W_1 = 6 740,-- €, im Jahr 2011 betrug W_2 = 7 060,-- €. *(Reproduktion)*

ii) Die Daten seien mit einem Fehler von ±1% behaftet.
In welchem Intervall liegt dann die Preissteigerungsrate?
Wie sieht das Intervall bei einem Fehler von ±5% aus? *(Transfer)*

iii) Erkläre an dieser Aufgabe die Regeln für die Verknüpfung von Ungleichungen (Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division von 2 Ungleichungen). *(Reflexion)*

Lösungserwartung Teil (b):

i) Ermittle die Preissteigerungsrate aus den Kosten W eines „Warenkorbes“:
im Jahr 2010: W1 = 6 740,-- €
im Jahr 2011: W2 = 7 060,-- €

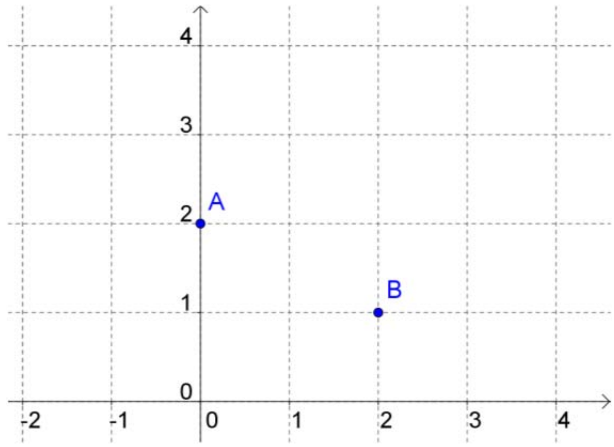
$$r = \frac{W_2 - W_1}{W_1} = \frac{7060 - 6740}{6740} = 0{,}0474 \quad \text{das sind} \approx 4{,}7\%$$

ii) Die Daten seien mit Fehlern behaftet:
Bei einem Fehler von ±1%:

$$6672{,}6 \le W_1 \le 6807{,}4$$
$$6989{,}4 \le W_2 \le 7130{,}6$$
$$182 \le W_2 - W_1 \le 458$$
$$0{,}0267 \le \frac{W_2 - W_1}{W_1} \le 0{,}0686$$
$$2{,}7\% \le r \le 6{,}9\%$$

Bei einem Fehler von ±5%: $-5{,}2\% \le r \le 15{,}8\%$

Gegeben sind die beiden Punkte A(0|2) und B(2|1).



In Folge sind einige Funktionstypen bzw. Darstellungsformen spezieller Funktionstypen angegeben (a, b, d, k, t $\in$ R, wenn nicht anders angegeben).

a) Entscheide, ob es Funktionen der folgenden Typen (1) – (8) gibt, wenn die Punkte A und B auf den Graphen dieser Funktionen liegen sollen. *(Transfer)*

b) Wenn ja: Gib die Funktionsgleichung an. *(Reproduktion)*

c) Wenn nein: Begründe, warum diese Funktion nicht oder nicht eindeutig existiert. *(Reflexion)*

(1) Parameterform der Geradengleichung: $g_1: X = P + t \cdot \vec{g}$	(2) Normalvektorform der Geradengleichung: $g_2: \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$	(3) Lineare Funktion: $f_3(x) = k \cdot x + d$
(4) Potenzfunktion: $f_4(x) = c \cdot x^n,\ c, n \in R$	(5) Exponentialfunktion: $f_5(x) = a \cdot b^x,\ a, b \in R$	(6) Quadratische Funktion: $f_6(x) = a \cdot x^2 + b$
(7) Allgemeine Sinusfunktion: $f_7(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	(8) Allgemeine Cosinusfunktion: $f_8(x) = a \cdot \cos(b \cdot x)$	

Kommentar:
Die hier angeführten Funktionstypen können entsprechend dem schuleigenen Themenpool dem Unterrichtsgeschehen vom Prüfer/von der Prüferin angepasst werden. Mögliche weitere Funktionstypen bzw. Darstellungsformen könnten z. B. auch arithmetische und/oder geometrische Folgen sein.

Lösungserwartung:
(1) $X = (0,2) + t \cdot (2,-1)$; (2) $x + 2y = 4$; (3) $y = -\frac{x}{2} + 2$;

(5) $y = \dfrac{2}{\left(\sqrt{2}\right)^x}$

(6) $y = -\dfrac{1}{4}x^2 + 2$; (8) $y = 2 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{6} \cdot x\right)$

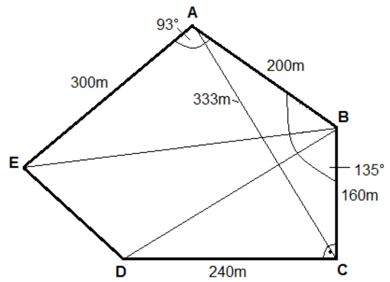
In der geplanten „Seestadt Aspern“ werden die Ausmaße der zukünftigen Erholungsfläche am und rund um den See vermessen. Die Wasserfläche nimmt ca. 75% dieses Areals ein.
Folgende Maße (siehe Plan rechts) werden ermittelt:
AB = 200m, BC = 160m, CD = 240m,
EA = 300m, AC = 333m,
∡EAB = 93°, ∡ABC = 135°, DC⊥BC

a) Fertigen Sie eine maßstabgetreue Zeichnung des Fünfecks ABCDE an und geben Sie an, welche Zerlegung der Figur im Hinblick auf die Berechnung der Länge ED sinnvoll ist. *(Reproduktion, Reflexion)*
b) Berechnen Sie die Länge ED. *(Reproduktion)*
c) Wie kann die Größe der Wasserfläche näherungsweise durch Zerlegung in geometrische Formen berechnet werden? *(Transfer)*
d) Welche Verhältnisse in rechtwinkeligen Dreiecken werden durch den „Sinus“, „Cosinus“ und „Tangens“ eines Winkels ausgedrückt? Erklären Sie mit Hilfe dieser Definitionen die Herleitung des Sinussatzes. *(Reproduktion, Transfer)*

Bildquelle: http://www.zkoor.com/websiteredax/78-0-Die-Seestadt-Aspern.html (Datum des Zugriffs: 10.12.11, 19:30)

Erwartungshorizont:

a) Skizze



c) Wasserfläche – mögliche Vorgangsweisen:

- *Zerteilung des Fünfecks in Dreiecke; Berechnung mit der trigonometrischen Flächenformel; 75% des Flächeninhalts des Fünfecks entsprechen lt. Angabe der Wasserfläche.*
- *Ziehen einer Linie von E zum Schnittpunkt X der Wasserlinie mit BC; Berechnung des Flächeninhalts des entstehenden Vierecks mittels Zerlegung in Teildreiecke EAB und EXB (Fläche oberhalb und unterhalb der Verbindungslinie heben einander auf, Schätzen der Länge von CX).*
- *Strecke DC zerlegen (z.B. in 6 Teile) und Raster mit quadratischen Teilflächen über das gesamte Fünfeck legen; Quadrate der Wasserfläche abzählen und den Flächeninhalt näherungsweise berechnen.*

a) Die Gerade g ist gegeben durch die Gleichung $g: X = \begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}3\\-4\\2\end{pmatrix}$.

Es sollen zur Geraden g eine normale Gerade n und eine normale Ebene ε aufgestellt werden.

Lösungen von Andrea:

$$n_1: X = \begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}4\\3\\0\end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_1: 3x - 4y + 2z = 5$$

Lösungen von Ewald:

$$n_2: X = \begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_2: X = \begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}3\\-4\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix}$$

Wer hat die richtigen Lösungen gefunden? Begründe deine Antwort.
(Reproduktion, Reflexion)

b) In einem Mathematikbuch steht folgender Vergleich zwischen skalarem und vektoriellem Produkt zweier Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$ $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha$

Interpretiere geometrisch diese Beziehungen und erläutere auch die Spezialfälle, wenn die Vektoren parallel und orthogonal sind. *(Transfer, Reflexion)*

c) Im Flugraum über einem Flugplatz fliegt ein Flugzeug A. Zum Zeitpunkt t = 0 (erste Positionsbestimmung) befindet es sich auf folgenden Koordinaten (in km): $A_0(50|20|10)$.
A behält Geschwindigkeit und Kurs bei. Für A wird zum Zeitpunkt t = 2 die Position $A_2(40|16|9)$ gemessen. Der Tower T des Flugplatzes hat die Koordinaten T(0|0|0).

i) Ermittle für das Flugzeug A die Gleichung der Flugbahn, in welcher der Parameter die Zeit in der Einheit Minuten ausdrückt. *(Reproduktion)*

ii) Fliegt das Flugzeug A genau über den Tower, wenn es Geschwindigkeit und Kurs weiter beibehält? Begründe deine Meinung.
Wenn ja, wann und in welcher Höhe überfliegt A den Tower?
(Transfer, Reflexion)

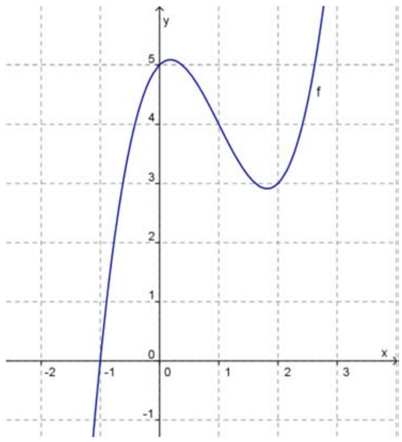
Gegeben ist die Gleichung $x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0$ über der Grundmenge $\mathbb{C}$.

(1) Diese Gleichung besitzt eine ganzzahlige Lösung.
Ermitteln Sie alle Lösungen. *(Reproduktion)*

(2) Zeichnen Sie die Lösungen von (1) in der Gauß´schen Zahlenebene ein und erläutern Sie die Begriffe komplexe Zahl, Realteil, Imaginärteil, konjugiert komplexe Zahl und Gauß´sche Zahlenebene. *(Reproduktion)*

(3) Was sagt der Fundamentalsatz der Algebra über die Lösungen von Gleichungen dritten Grades mit reellen Koeffizienten über R aus. *(Reproduktion)*

(4) Der Graph der Polynomfunktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ hat folgende Gestalt:



Stellen Sie einen Zusammenhang zwischen den Lösungen der Gleichung und dem Graph der Funktion dar! *(Transfer)*

(5) Was können Sie über die Lösungen einer Gleichung dritten Grades aussagen, wenn der zugehörige Graph der Polynomfunktion genau zwei Nullstellen besitzt? *(Reflexion)*

Thema 16: Vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten

Gegeben ist die Funktion f mit $f(t) = -\frac{1}{5}t^3 + 2t^2 - 4t + 4$. Sie beschreibt ungefähr den Temperaturverlauf eines chemischen Prozesses während den ersten 9 Minuten.

a) Stelle die Funktion graphisch dar und beschreibe kurz den Temperaturverlauf in Worten. *(Reproduktion)*

b) Wie groß ist die absolute Temperaturänderung im Intervall [2,8]? *(Reproduktion)*

c) Interpretiere den Wert, der sich aus der Berechnung von $\frac{f(8) - f(2)}{8 - 2}$ ergibt. *(Reflexion)*

d) Berechne die Differenzenquotientenfunktion dqf mit $dqf(t) = \frac{f(t) - f(2)}{t - 2}$ und stelle sie graphisch dar.
Welcher Wert wird sich für t = 8 ergeben?
Interpretiere dqf(1).
Interpretiere die Funktionswerte dqf(t) allgemein.
Für welchen Wert ist die Funktion nicht definiert? *(Reproduktion, Reflexion)*

e) Was lässt sich aufgrund des Graphen der Funktion dqf(t) in Bezug auf die momentane Änderungsrate zum Zeitpunkt t = 2 vermuten?
Was bedeutet in diesem Kontext „momentane Änderungsrate"? *(Transfer)*

f) Berechne den Wert $\lim\limits_{t \to 2} dqf(t)$ und interpretiere diesen Wert in diesem Kontext. *(Reproduktion, Reflexion)*

g) Berechne $dqf(t) = \frac{f(t) - f(a)}{t - a}$.
Wie kann der Wert dqf(t) interpretiert werden?
Für welchen Wert ist diese Funktion nicht definiert? *(Reproduktion, Reflexion)*

h) Berechne die momentane Änderungsrate zum Zeitpunkt t = a mit Hilfe der Funktion dqf(t) und interpretiere die momentane Änderungsrate zum Zeitpunkt t = a. *(Reproduktion, Reflexion)*

Bemerkung:

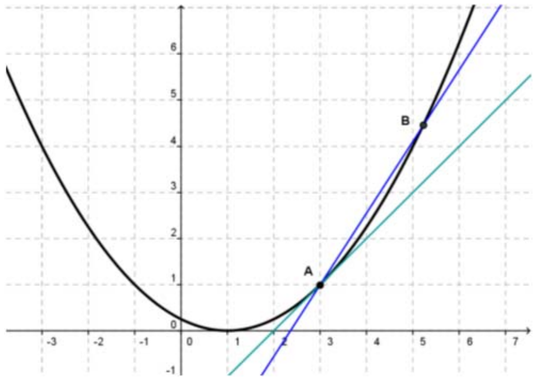
Für diese Aufgabe ist eine entsprechende Technologie (CAS) sehr empfehlenswert, da der Rechenaufwand sonst zu hoch wird. Ohne CAS sollte von einer quadratischen Funktion ausgegangen werden.

Interpretieren heißt immer, den Sachverhalt in verbaler Form (Sätzen) zu beschreiben.

a) Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2$.

Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Funktion f im Intervall [3; 3 + h] und daraus die momentane Änderungsrate der Funktion f an der Stelle 3.

Erläutern Sie Ihre Überlegungen und Rechenschritte anhand der Abbildung. Wofür stehen die Bezeichnungen Differenzen- bzw. Differentialquotient und wie können sie geometrisch gedeutet werden? *(Reproduktion, Reflexion)*



b) Die Höhe h eines lotrecht nach oben geworfenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch die Funktion h mit der Funktionsgleichung $h(t) = 20t - 5t^2$ beschrieben (h in Meter, t in Sekunden).

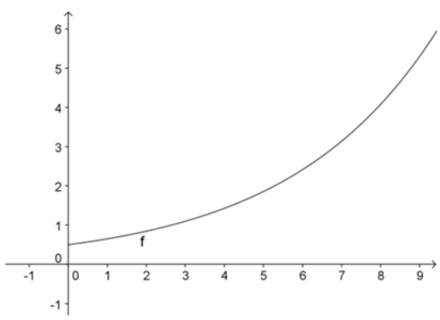
Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit des Körpers während der ersten zwei Sekunden seiner Bewegung?

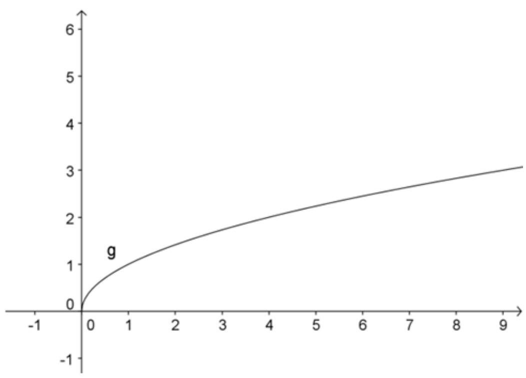
Wann hat die Geschwindigkeit des Körpers den Wert 0, wann ist sie am größten?

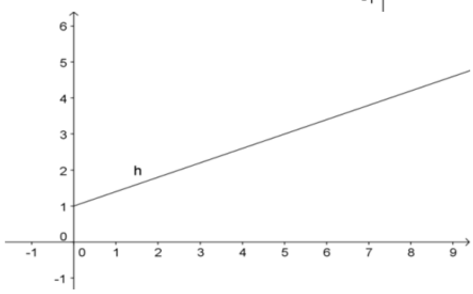
Welche Höhe hat der Körper zu diesem Zeitpunkt erreicht? *(Transfer)*

c) Die folgenden Abbildungen zeigen die Graphen dreier Funktionen f, g und h. Vergleichen Sie die drei Funktionen im Hinblick auf ihre momentane Änderungsrate.

(Reflexion)







Thema 17: Die Ableitungsfunktion und ihre Nutzung

Ein Radrennfahrer startet bei einem Einzelzeitfahren. Sein zurückgelegter Weg in den ersten neun Sekunden lässt sich annähernd durch die Funktion s: $t \mapsto s(t)$ mit $s(t) = \frac{t^3}{30} + \frac{t^2}{20}$ modellieren (t in Sekunden, s in Meter).

(1) Ermitteln Sie die Geschwindigkeitsfunktion v und die Beschleunigungsfunktion a. *(Reproduktion, Transfer)*

(2) Stellen Sie diese beiden Funktionen jeweils in einem passenden Koordinatensystem im Zeitintervall $0 \leq t \leq 9$ graphisch dar. *(Reproduktion)*

(3) Welche Schlüsse in Bezug auf die Bewegung des Radrennfahrers können aus dem Verlauf der beiden Graphen gezogen werden? *(Reflexion)*

(4) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit des Radrennfahrers in den ersten neun Sekunden und seine Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 5 Sekunden! Geben Sie die beiden Ergebnisse in km/h an und erklären Sie die Begriffe mittlere Geschwindigkeit und Momentangeschwindigkeit! *(Reproduktion, Transfer)*

Erwartungshorizont für (3):

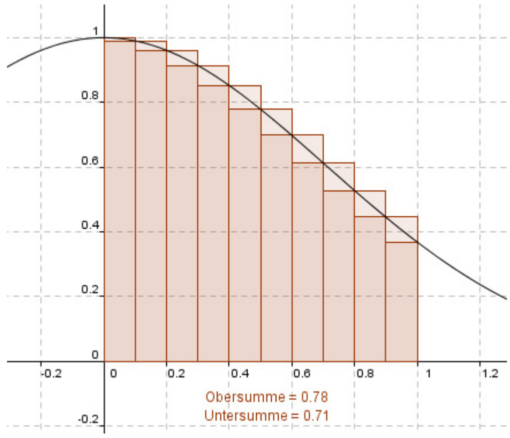
Die Beschleunigungsfunktion ist eine lineare Funktion. Das bedeutet, dass man bei diesem mathematischen Modell davon ausgeht, dass der Radfahrer in diesem Zeitintervall gleichmäßig zunehmend beschleunigt.

a) Peter sagt: „Ich kann das Integral

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx$$

nicht explizit berechnen, trotzdem aber die Fläche unter der Funktion $f(x) = e^{-x^2}$ im Intervall [0;1] näherungsweise bestimmen."

Erkläre anhand der Abbildung, wie Peter dies macht.



In wie viele gleiche Teile muss Peter das Intervall [0;1] teilen, damit der Unterschied zwischen Ober- und Untersumme kleiner 0,01 ist?

(Reproduktion, Reflexion)

b) Es ist $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot dx = 0$.

Überprüfe dies und deute das Ergebnis graphisch. *(Reproduktion, Reflexion)*

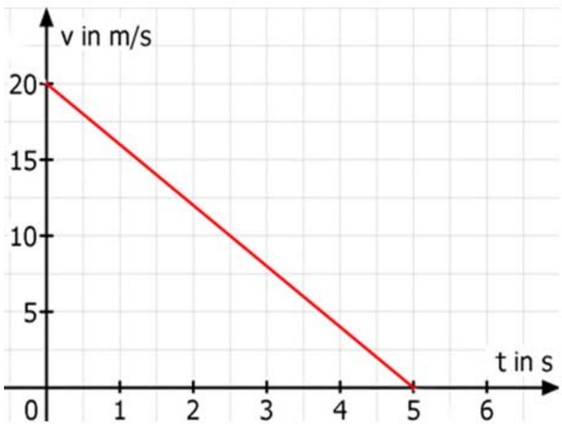
c) Ein Pkw fährt mit einer Geschwindigkeit v = 20 m/s und bremst wegen eines Hindernisses mit maximaler Bremsleistung ab.

Die Abbildung zeigt modellhaft das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm für den Bremsvorgang.

i) Bestimme v'(t) und deute das Ergebnis in Zusammenhang mit dem Bremsvorgang. *(Transfer, Reflexion)*

ii) Ermittle $\int_0^5 v(t) \cdot dt$ und interpretiere das Ergebnis.
(Reproduktion, Reflexion)

iii) Begründe, wie sich eine Änderung der Anfangsgeschwindigkeit auf den Verlauf des Graphen von v(t) auswirkt und interpretiere deren Bedeutung für den Bremsvorgang.



(Transfer, Reflexion)

Thema 18: Stammfunktion und bestimmtes Integral

Die Ursprünge der Integralrechnung gehen zurück auf das Problem, wie man den Flächeninhalt einer Fläche berechnen kann, deren Begrenzungslinien krumm sind.

Dazu folgendes Beispiel:

a) Berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks zwischen dem Graphen der Funktion f mit $f(x)=\frac{4}{x}$ und der x-Achse im Intervall [1;3] näherungsweise mittels Ober-und Untersumme (O, U).

Skizziere den Verlauf des Graphen und erkläre deine Zugangsweise.

Verwende zwei bzw. vier jeweils gleich breite Streifen und berechne in beiden Fällen den Mittelwert von O und U.

Welcher Mittelwert liegt näher beim exakten Wert?

Gib eine Begründung dafür an. *(Reproduktion, Reflexion)*

b) Erläutere, wie der Flächeninhalt, den ein Funktionsgraph f in einem Intervall [a;b] mit der x-Achse einschließt, näherungsweise berechnet werden kann.

Gehe auf die Definition des bestimmten Integrals ein und erkläre sie an dem von dir gewählten Beispiel. *(Transfer, Reflexion)*

c) Berechne den unter a) gesuchten Flächeninhalt exakt mittels bestimmten Integrals. Berechne weiters den prozentuellen Unterschied zu dem unter a) berechneten besseren Mittelwert.

Warum kann die Integrationsregel für Potenzen bei der in dieser Aufgabenstellung gegebenen Funktion nicht angewendet werden? *(Reproduktion, Reflexion)*

Thema 19: Nutzen der Integralrechnung

Mithilfe der Integralrechnung lassen sich Volumina von Körpern ermitteln.

a) Erkläre das Prinzip der Berechnung von Rauminhalten diverser Rotationskörper! Was versteht man in diesem Zusammenhang unter einer Querschnittsflächenfunktion?
(Reproduktion, Reflexion)

b) Zeige die praktische Berechnung am Beispiel der Herleitung des Volumens einer Kugel mit dem Radius r durch Rotation einer Kreislinie k um die 1. Achse eines rechtwinkeligen Koordinatensystems! *(Reproduktion)*

c) Kann die Integralrechnung auch für die Volumsberechnung von Körpern herangezogen werden, die nicht durch Rotation entstanden sind (z. B. Pyramiden)? Begründe deine Antwort anhand einer Skizze! *(Transfer, Reflexion)*

Thema 22: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Bei den Vorsorgeuntersuchungen in der Schwangerschaft wird in Österreich der so genannte „Combined Test“ angeboten. Dabei wird das Ungeborene auf Vorhandensein einer Trisomie[3] untersucht.

Der Test setzt sich aus Teiluntersuchungen – Untersuchung des mütterlichen Blutes und Ultraschalluntersuchung – zusammen.

Dieser Test liefert bei Vorliegen einer Trisomie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,92 ein positives Testergebnis. Liegt keine Trisomie vor, liefert der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 ein negatives Ergebnis.

In Österreich tritt das Down-Syndrom (umgangssprachliche Bezeichnung für Trisomie) bei einem von 800 Ungeborenen auf.

Aufgabenstellungen:

a) Welche Bedeutung hat ein positives Testergebnis? Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Vorliegen von Trisomie beim Ungeborenen, wenn ein positives Testergebnis vorliegt! *(Reproduktion, Transfer)*

b) Der sehr kleine Wert für die Wahrscheinlichkeit aus a) führt in der Praxis oft zu Unverständnis. „Wozu führt man einen solchen Test überhaupt durch, wenn bei positivem Ergebnis die Wahrscheinlichkeit für Trisomie einen so einen kleinen Wert aufweist?“

Nimm zu dieser Frage Stellung! *(Reflexion)*

Variante, die den zentralen Aspekt bei Beantwortung der Frage vorgibt:
Beantworte diese Frage auf Basis einer Testreihe von n = 10 000 untersuchten werdenden Müttern! *(Reproduktion, Reflexion)*

c) Die Berechnung in a) kann mit Hilfe des Satzes von Bayes geführt werden.
Zeige die Gültigkeit des Satzes von Bayes anhand von Baumdiagrammen! *(Reproduktion)*

Bemerkung:
Die Aufgabe b) kann auch ohne Bezug zu a) gestellt werden. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit (0,0114) wird in der Angabe vorgegeben.

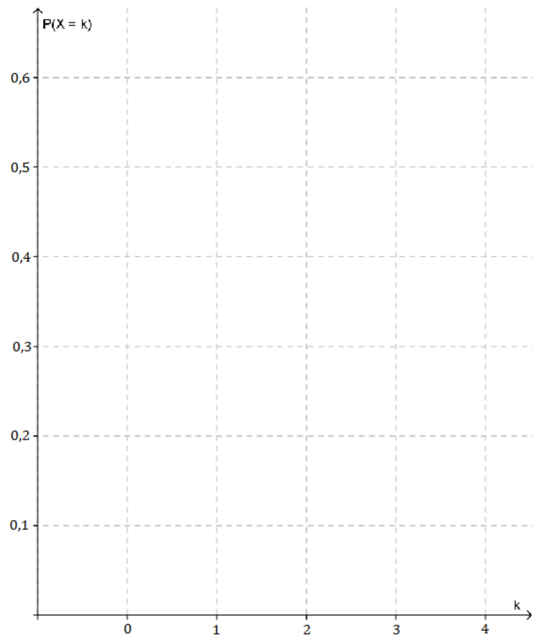
[3] Konkret geht es dabei um Trisomie 21, d. h. das Chromosom 21 ist dreifach statt zweifach vorhanden.

In einer Box befinden sich acht grüne und fünf weiße Kugeln. Es wird viermal eine Kugel mit Zurücklegen gezogen, wobei die Zufallsvariable X die Anzahl der grünen Kugeln darstellt.

(1) Begründen Sie, warum eine diskrete Zufallsvariable vorliegt, und überprüfen Sie, ob alle Voraussetzungen erfüllt sind, damit mit Binomialverteilung modelliert werden kann!

Argumentieren Sie, wie die Angabe abzuändern wäre, damit die Modellierung durch die hypergeometrische Verteilung erfolgen muss! *(Reflexion)*

(2) Ermitteln Sie die Verteilung der binomialverteilten Zufallsvariable X und stellen Sie diese Verteilung in einem Streckendiagramm dar! *(Reproduktion)*



(3) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz und erläutern Sie anhand dieser beiden Begriffe den Zusammenhang zwischen Statistik und diskreter Verteilung! *(Reproduktion, Transfer)*

(4) Berechnen Sie $P(X > 1)$ und $P(X \leq 2)$!

Vergleichen und interpretieren Sie die beiden Ergebnisse! *(Reproduktion, Transfer)*

Erwartungshorizont für (4):
Beide Ergebnisse bestehen aus der Summe gleich vieler Einzelwahrscheinlichkeiten und haben trotzdem sehr unterschiedliche Ergebnisse (83% - 49%), was man mit der Lage des Erwartungswertes „interpretieren" könnte.

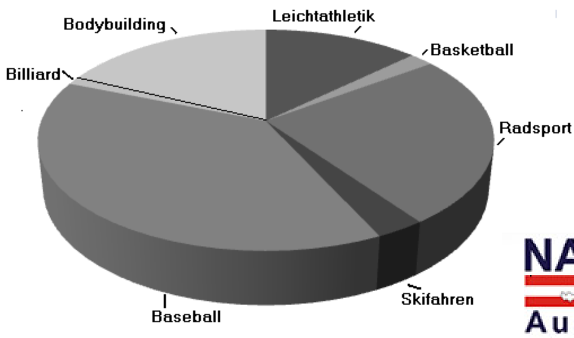
Die Dopingkontrolle ist eines der wichtigsten Instrumente im Anti-Doping-Kampf. Von ihrer Analyse und den entsprechenden Ergebnissen geht sicherlich die größte Abschreckungswirkung für potentielle Dopingsünder aus.

STATISTIK 2009

Dopingproben nach Sportarten

Sportart	Anzahl der Tests	Positive Proben in %
Leichtathletik	26593	0,64
Basketball	1150	1,99
Radsport	21835	1,46
Skifahren	5742	0,61
Baseball	19560	2,51
Billard	402	3,48
Bridge	28	7,41
Bodybuilding	1400	16,43
Aikido	4	0
Gesamt	**76714**	

Dopingsünder nach Sportarten



Quelle: *http://www.nada.at/de/menu_2/dks/dopingkontrolle*
(Datum des Zugriffs: 10.12.11, 21:30)

a) Vergleichen Sie die in der Tabelle gegebene Statistik nach Sportarten mit dem Tortendiagramm. Wo liegen die Vor- und Nachteile der jeweiligen Darstellungsform? *(Transfer, Reflexion)*

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 700 Teilnehmern eines Radrennens mehr als 15 bzw. zwischen 8 und 15 Radfahrer gedopt sind.
Warum können Sie die Wahrscheinlichkeit von genau 8 Dopingsündern nicht mit Hilfe der Normalverteilung berechnen? *(Reproduktion, Reflexion)*

c) Ermitteln Sie für die Dopingsünder im Radsport das symmetrische Intervall rund um den Mittelwert, in dem die Wahrscheinlichkeit 95% beträgt und formulieren Sie ihr Ergebnis in Bezug auf die Aufgabenstellung.
Begründen Sie anhand einer geeigneten Skizze, wie diese Aufgabe zu berechnen ist.
(Reproduktion, Transfer)

d) Erklären Sie, wann und warum die Normalverteilung eine gute Annäherung an die Binomialverteilung ergibt. *(Reproduktion)*

Erwartungshorizont für a):
Die beiden Darstellungsarten gehen von verschiedenen Grundgesamtheiten aus (Tabelle: getestete Sportler; Tortendiagramm: nur positiv getestete Sportler).

Mögliche Formulierungen zum Vergleich der Darstellungsformen:

Aus dem Tortendiagramm ist ersichtlich, dass unter den Dopingsündern die Baseballer eine größere Gruppe als die Bodybuilder darstellen. Der Anteil der Dopingsünder unter allen Baseballern ist laut Tabelle jedoch geringer als der Anteil der Dopingsünder unter allen Bodybuildern.
Die Tabelle bietet exakte Werte, ist jedoch nicht so bildhaft wie das Tortendiagramm. In letzterem sind sehr kleine Werte (Bridge) bzw. Null (Aikido) nicht ausgewiesen; in der räumlichen Darstellung können Sektoren im Vordergrund größer wirken als jene im Hintergrund.

Thema 24: Stetige Verteilungen

Die Universitätsklinik Frankfurt/Main informiert auf ihrer Homepage über die Korrektur von Fehlsichtigkeit durch linsenchirurgische Verfahren. Eine dieser Methoden ist die so genannte Restor-Implantation zur Korrektur der Altersweitsichtigkeit:
ReSTOR®- Implantation

Korrektur der Altersweitsichtigkeit
Implantation der Acrysof® ReSTOR® Multifokallinse bei einem Refraktiven Linsenaustausch:

Die Acrysof® ReSTOR® gehört zu der neuesten Generation der Intraokularlinsen und ermöglicht durch ihr spezielles Linsendesign einen sehr guten funktionellen unkorrigierten Visus über den gesamten Sehbereich. Klinische Studien haben bewiesen, dass der Großteil der Patienten (85%) die täglich anfallenden Tätigkeiten ohne Sehhilfe durchführen kann und somit postoperativ keine Sehhilfe mehr benötigen. Die Patienten können nach der Operation Objekte in der Ferne und Nähe gut sehen.

Quelle:
http://www.refraktiv.com/behandlungsmoeglichkeiten/multifokale_intraokularlinse.html

Aufgabenstellungen:

a) Mit Hilfe der Angaben im Text sollen Wahrscheinlichkeitsaussagen über Erfolge bei Implantation der genannten Multifokallinse gemacht werden. Z. B. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 300 operierten Personen mindestens 250 postoperativ keinen Sehbehelf mehr benötigten?

   Mit welchen Verteilungen kann im vorliegenden Kontext modelliert bzw. gerechnet werden? Begründe deine Antwort! *(Reproduktion, Transfer, Reflexion)*

   Bemerkung: *Diese Art der Aufgabenstellung erfordert das selbständige Erkennen der relevanten Punkte. Das Rechenergebnis ist hier nicht (explizit) gefragt, wesentlich ist, dass mit der Binomialverteilung modelliert und mit der Normalverteilung approximiert werden kann und die Begründungen dazu gegeben werden.*

   Werden die Erläuterungen dennoch anhand der Berechnung zur (beispielhaft) gestellten Frage geführt, muss das Hauptaugenmerk auf der Verwendung der entsprechenden Verteilungen und nicht auf einzelnen Rechenschritten liegen.

b) Eine weitere Studie mit Patient/innen, bei denen dieses Operationsverfahren angewandt wurde, ergab folgendes Ergebnis: Von 583 operierten Personen gaben 471 an, seit der Operation auf einen Sehbehelf verzichten zu können.

   Wie passt dieses Ergebnis zur Angabe des Wertes von 85% Erfolgswahrscheinlichkeit der Universitätsklinik Frankfurt?

   Beantworte die Frage auf Basis eines geeigneten statistischen Testverfahrens mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0{,}05$!*(Reproduktion, Transfer, Reflexion)*

c) Erkläre den Einfluss der Irrtumswahrscheinlichkeit auf die Testentscheidung anhand einer geeigneten Skizze!

   Ändert im vorliegenden Beispiel eine Verringerung der Irrtumswahrscheinlichkeit auf $\alpha_1 = 0{,}01$ das Testergebnis? *(Reflexion)*

Thema 24: Stetige Verteilungen

Ein Großunternehmer möchte seinen Betrieb auf gleitende Arbeitszeit umstellen. Dieses Vorhaben wird an allen Standorten genau erklärt, die Vor- und Nachteile werden erörtert. Die Chefetage will die Umstellung durchführen, da laut Erfahrungsberichten in einem Großunternehmen ähnlicher Größe 70% der Beschäftigten für diese Variante gestimmt hätten.

Der Betriebsrat meint, dass der Anteil der Befürworter des Modells der gleitenden Arbeitszeit geringer sei.

Von 300 befragten Beschäftigten gaben 198 an, das Modell der gleitenden Arbeitszeit zu bevorzugen.

a) Was versteht man ganz allgemein unter einem Anteilstest?

   Erkläre den Unterschied zwischen einem einseitigen und einem zweiseitigen Anteilstest! *(Reproduktion, Reflexion)*

b) Welche Verteilung sollte bei dieser Aufgabe herangezogen werden?

   Begründe die Antwort! *(Transfer, Reflexion)*

c) Kann der Betriebsrat die Vermutung des Großunternehmers angesichts des Befragungsergebnisses mit der maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit 0,05 verwerfen?

   Führe einen einseitigen Anteilstest durch und interpretiere das Ergebnis!

   (Reproduktion, Transfer, Reflexion)